Évaluation n° 6 Dérivation (1) premiers principes **Durée ≈ 1h 45min** **janvier 2023**

NOM : ....

Prénom : ....

email : (si changement) ....

◯3C ◯2A ◯2B ◯2C ◯1B2

◯0 ◯1 ◯2 ◯3

◯0 ◯1 ◯2 ◯3 ◯4 ◯5 ◯6 ◯7 ◯8 ◯9

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé.
Les questions à choix multiples ont une unique bonne réponse permettant d'attribuer un point. Aucune justification n'est attendue pour ces questions. Pour les questions ouvertes, **tous les calculs seront justifiés**.
La clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation. **Le total des points est 20**.
Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.

Question 1 **1 point**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + x$. $f'(x)$ est égale à :

◯ $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{(-x^2+x+h)-(-x^2+x)}{h}$

◯ $\displaystyle\lim_{h\to x} \frac{(-x^2+x+h)-(-x^2+x)}{h}$

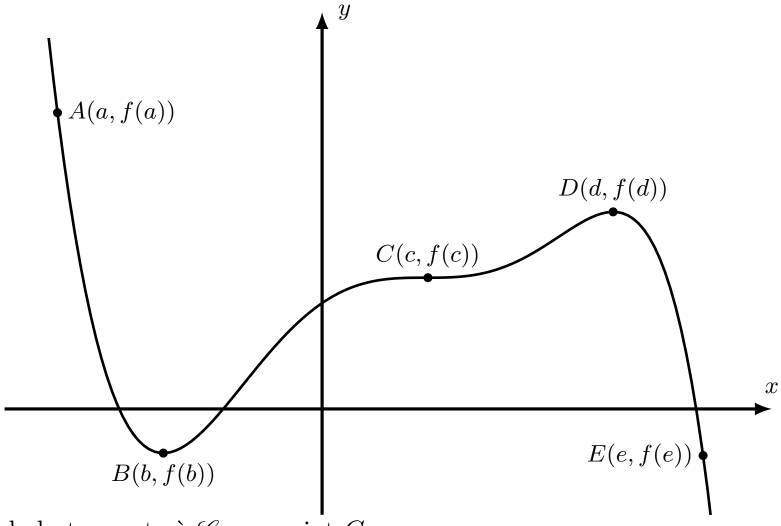
◯ $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{[-(x+h)^2+(x+h)]-(-x^2+x)}{h}$

◯ $\displaystyle\frac{[-(x+h)^2+(x+h)]-(-x^2+x)}{h}$

◯ aucune des autres réponses

Exercice 2 .... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 *Ne rien cocher ici !*

On donne sur la figure ci-dessous la courbre représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points B, C et D sont parallèles à l'axe des abscisses. On note f' la fonction dérivée de f.

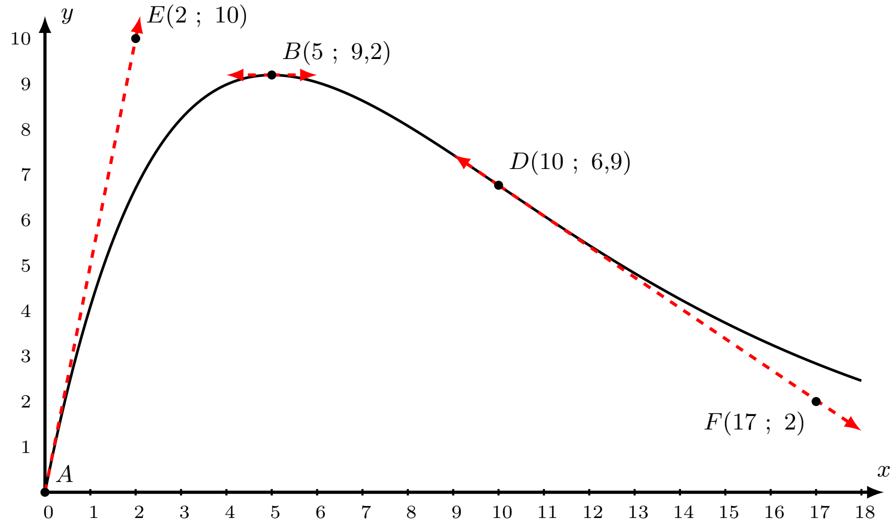


1) Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point C.
2) Quel est le signe de $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$?
3) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, inconnue x.
4) On sait que $f'(a) = f'(e)$. Que peut-on dire sur les tangentes à $\mathscr{C}_f$ en A et en E ?

Exercice 3 .... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 *Ne rien cocher ici !*

On donne sur la figure ci-dessous la courbre représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie et dérivable sur $[0; 18]$.

- La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A passe par $E(2\ ;\ 10)$.
- La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $B(5\ ;\ 9{,}2)$ est parallèle à l'axe des abscisses.
- La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $D(10\ ;\ 6{,}9)$ passe par $F(17; 2)$.

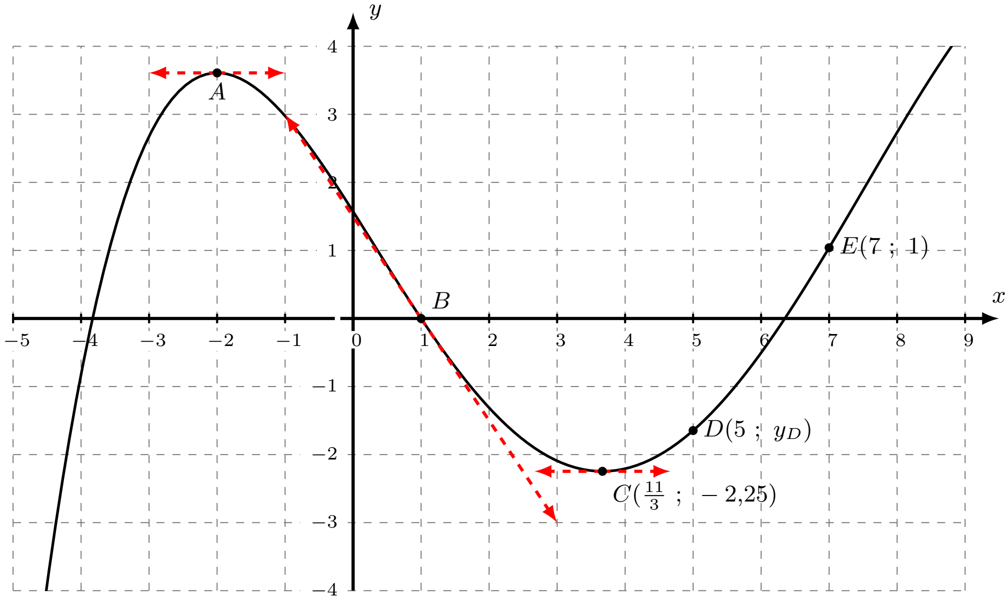


On note f' la dérivée de f.

1) a) Déterminer les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$.
   b) En déduire l'équation réduite de la tangente T_0 à $\mathscr{C}_f$ en A.
2) a) Déterminer les valeurs de $f(5)$ et $f'(5)$.
   b) En déduire l'équation réduite de la tangente T_5 à $\mathscr{C}_f$ en B.
3) a) Déterminer les valeurs de $f(10)$ et $f'(10)$.
   b) En déduire l'équation réduite de la tangente T_{10} à $\mathscr{C}_f$ en D.

Exercice 4 .... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 *Ne rien cocher ici !*

On donne sur la figure ci-dessous la courbre représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



- Les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points A et C sont parallèles à l'axe des abscisses.
- La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B passe par le point de coordonnées $(3\ ;\ -3)$.
- Les points $E(7\ ;\ 1)$ et $C(\frac{11}{3}\ ;\ -2{,}25)$ appartiennent à $\mathscr{C}_f$.

On note f' la dérivée de f.

1) Dans la limite de précision du graphique et des données de l'énoncé :
   a) Donner les solutions de l'équation $f'(x) = 0$, inconnue x.
   b) Donner $f'(1)$ en précisant le calcul.
   c) Donner l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en B.
2) La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point D d'abscisse 5 a pour équation $y = \dfrac{7}{8}x - \dfrac{145}{24}$.
   En déduire les valeurs de $f(5)$ et $f'(5)$.
3) On admet que $f'(7) = \frac{5}{3}$. Tracer la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point E.

Exercice 5 ... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 ◯5.5 ◯6 *Ne rien cocher ici !*

Dans chaque cas, déterminer **à partir de la définition** le nombre dérivé de la fonction proposée en x_0.

1) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x$ et $x_0 = 2$.
2) g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - x^2 + 2x$ et $x_0 = 1$
3) h définie sur $]-\infty; 4[\cup]4; \infty[$ par $h(x) = \dfrac{2x+1}{x+4}$ et $x_0 = -1$.

Indication : on admettra que pour tout $a, b \in \mathbb{R}$ on a : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Exercice 6 .... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 *Ne rien cocher ici !*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 9$ et soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Justifiez que $A(2; 7) \in \mathscr{C}_f$.
2) a) Montrer que pour tout x et $h \in \mathbb{R}$ on a $f(x+h) - f(x) = (3x^2 - 4x - 1)h + (3x-2)h^2 + h^3$
   b) En déduire que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et l'expression de la fonction dérivée.
3) À l'aide de l'expression de la fonction dérivée :
   a) Déterminer $f'(2)$ et montrer que la tangente T_A a $\mathscr{C}_f$ au point A à pour équation réduite $y = 3x + 1$.
   b) Pour quelles valeurs de x la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse x est parallèle à l'axe des abscisses ?

Exercice 6 question bonus .... ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 *Ne rien cocher ici !*

4) On cherche à étudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et la tangente T_A: $y = 3x + 1$.
   a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x-2)^2(x+2)$.
   b) En déduire la forme factorisée de l'expression $f(x) - (3x+1)$ et compléter son tableau de signe.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x) - (3x+1)$	

   c) Pour quelles valeurs de l'abscisse x, la courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de la tangente T_A ?