Évaluation n° 11 La fonction exponentielle

Il sera tenu compte dans la notation de la propreté ainsi que de la justification apportée à chacune des réponses.

Le barème est donné à titre indicatif. Il pourra être modifié ultérieurement.

*L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*

Durée : 50 minutes ; Coeff : 1

Exercice 1 — Propriétés algébriques de l'exponentielle. **7 points**

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^{-2} \times e^{5}}{e^{3} \times e^{-1}} \qquad B = \left(\frac{e^{5}}{e^{-3}}\right)^{3} \qquad C = \frac{\left(e^{-5}\right)^{2}}{e \times e^{-6}}$$

$$D = \frac{e^{x} \times e}{e^{3x-5}} \qquad E = \frac{e^{x-7}}{e^{2x}} \qquad F = \frac{e^{3x+5}}{e^{-2x+1}}$$

2) Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, calculer les dérivées des fonctions suivantes et en donner une forme la plus simple possible :

a) $f(x) = (x^2 + 3x - 1)e^{-x}$

b) $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{x^2 + 1}$

Exercice 2 — Une fonction. **6 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [-4; 5]$ par $f(x) = (x^2 - x)e^{2x}$.

On note par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Montrer que pour tout réel $x \in I$, $f'(x) = (2x^2 - 1)e^{2x}$.
2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur I et dresser son tableau de variations de la fonction f.
3) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice 3 — Équations et inéquations. **7 points**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes d'inconnue x.

1) $e^{-x-1} = e^{2x+4}$
2) $e^{x^2-2x+3} = 1$
3) $e^{2x} + 6\,e^{x} - 7 = 0$
4) $e^{-2x-3} - e^{x+5} \geqslant 0$
5) $5e^{x} - 3 \leqslant 2e^{-x}$