Évaluation nº 03
Fonctions quadratiques (3)
Dérivation (1) premiers principes

novembre 2024

durée ≈ 1h 45min

Cochez les 3 premières lettres de votre nom et prénom et complétez l'encadré. ◯A ◯B ◯C ◯D ◯E ◯F ◯G ◯H ◯I ◯J ◯K ◯L ◯M ◯N ◯O ◯P ◯Q ◯R ◯S ◯T ◯U ◯V ◯W ◯X ◯Y ◯Z

Nom et prénom :

Consignes

Aucun document nest autorisé.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le total des points est 30.

Vous devez colorier les cases au stylo *bleu* ou *noir* pour répondre aux questions. En cas d'erreur, effacez au « blanco » *sans redessiner la case.*

Coloriez les cases	
correct	incorrect
•	✓ ⊙ ⊕ ⊗

Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.

Pour les questions ouvertes, *tous les calculs seront justifiés* et *la clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Respect des consignes ◯ -1 ◯ $-0{,}5$ ◯ 0 **Réservé**

Exercice 1 ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 **Réservé** ◯5.5 ◯6

1. Dresser le tableau de signe des expressions suivantes en fonction de x.

$$A(x) = -11x^2 + 2x + 2 \qquad B(x) = 4x^2 - 16x + 12$$

2. En déduire les domaines de définition des expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{-11x^2 + 2x + 2} \qquad g(x) = \sqrt{4x^2 - 16x + 12}$$

Exercice 2 ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 **Réservé**

Résoudre dans dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante d'inconnue x.

$$(I_1) \quad \frac{x+2}{x+1} + \frac{x-3}{x-4} \leqslant 0$$

Exercice 3 ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 **Réservé**
◯5.5 ◯6 ◯6.5 ◯7 ◯7.5 ◯8 ◯8.5 ◯9 ◯9.5 ◯10

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

On considère l'équation d'inconnue x et de paramètre $m \in \mathbb{R}$:

$$(E_m) \;:\; (m-2)x^2 + (8-6m)x + 8m - 9 = 0$$

1. *Étude d'un cas particulier $m = 2$.*
   a) Écrire l'équation (E_2), obtenue en remplaçant le paramètre m par 2.
   b) Résoudre cette équation et donner son ensemble des solutions.
2. *Étude du cas général $m \neq 2$.*
   a) Calculer le discriminant Δ_m de l'équation (E_m) et montrer que $\Delta_m = 4m^2 + 4m - 8$.
   b) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E_m) n'admet pas de solutions.

Partie B

Pour $m \in \mathbb{R}$, on pose f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_m(x) = (m-2)x^2 + (8-6m)x + 8m - 9$$

On note $\mathscr{C}_m$ sa représentation graphique.

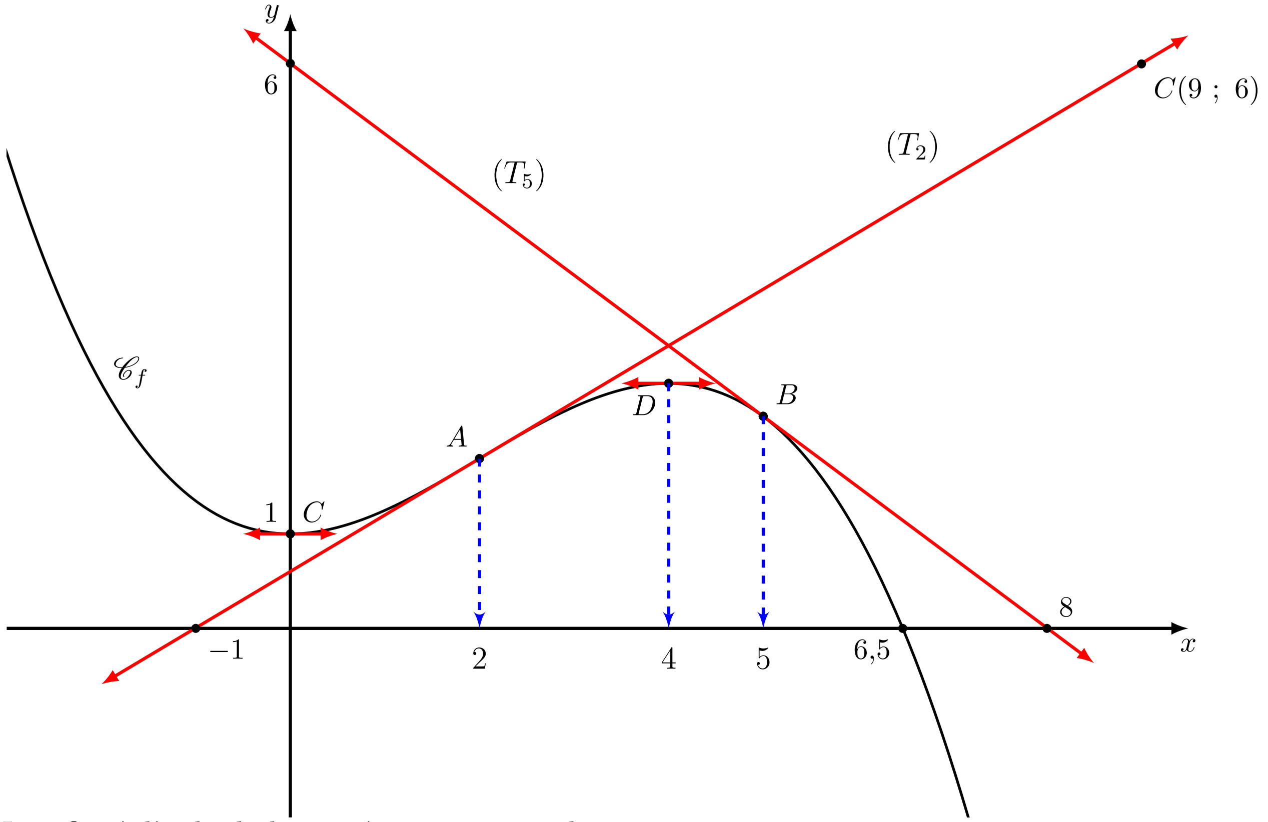
1. Pour chacune des affirmations suivantes indiquez si elle est vraie ou fausse. Justifier votre réponse.
   a) **Affirmation №1** « Si $m = 3$, $\mathscr{C}_m$ est une parabole de sommet $S(5\;;\;-10)$ ».
   b) **Affirmation №2** « Si $m = 2$, $\mathscr{C}_m$ est une droite d'ordonnée à l'origine égale à -4 ».
2. Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, le point $A(2\;;\;-1) \in \mathscr{C}_m$.

Exercice 4 ◯0 ◯0.5 ◯1 ◯1.5 ◯2 ◯2.5 ◯3 ◯3.5 ◯4 ◯4.5 ◯5 **Réservé** ◯5.5 ◯6 ◯6.5 ◯7 ◯7.5 ◯8 ◯8.5 ◯9

La courbe $\mathscr{C}$ représentative dune fonction f, définie et dérivable sur lensemble des nombres réels, est donnée ci-dessous ainsi que les tangentes (T_2) et (T_5) à $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 2 et 5.

Les tangentes aux points C et D sont parallèles à l'axe des abscisses.

On note f' la fonction dérivée de f.



1. Justifier à l'aide de la représentation graphique :
   a) La valeur de $f(0)$.
   b) Le(s) solution(s) de l'équation $f(x) = 0$.
   c) Le(s) solution(s) de l'équation $f'(x) = 0$.
2. a) Montrer que $f'(5) = -\dfrac{3}{4}$.
   b) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_5.
   c) En déduire $f(5)$.
3. a) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_2.
   b) En déduire $f(2)$ et $f'(2)$.