BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Année 2024-2025

Mathématiques

Devoir surveillé n° 2 - Mardi 4 février 2025

Durée de l'épreuve : **1 h 45 min**

L'usage de la calculatrice avec ou sans mode examen est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4.

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.

Le candidat doit traiter les 4 exercices proposés.
Le candidat bénéficiant d'un tiers temps ne traitera pas les questions marquées par le repère $\boxed{\textbf{TT}}$

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses seront valorisées.

Exercice 1 : des termes de suites

4 points

Les questions sont indépendantes. Les calculs seront justifiés.

1. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = (-1)^n - 3n$.

(0,75) a) Calculer les valeurs u_0, u_1, u_2.

(0,5) b) Est-il possible de déterminer directement u_{25} ? Justifier votre réponse.

(0,5) c) Par la méthode de votre choix, déterminer u_{107}.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\geqslant 1}$ définie par $\begin{cases} v_1 & = & 7 \\ v_{n+1} & = & 3v_n - 5n & , \forall n \geqslant 1 \end{cases}$

(0,75) a) Calculer v_2, v_3 et v_4.

(0,5) b) Est-il possible de déterminer directement v_{25} ? Justifier votre réponse.

(0,75) c) Compléter le script ci-dessous afin qu'en fin d'exécution, la variable `v` prend la valeur de v_{10}.

```python
v = ...
n = 1
for i in range(...) :
    v = ...
    n = n + 1
```

(0,25) d) Par la méthode de votre choix, donner (sans justifier) v_{10}.

Exercice 2 : des variations de suites

7 points

Les questions sont indépendantes. Les calculs seront justifiés.

(2) 1. Soit la suite (a_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $a_n = 2n^2 - 15n + 2$.

a) Montrer que pour tout $n \geqslant 0$: $a_{n+1} - a_n = 4n - 13$.

b) Justifier le sens de variation de (a_n) en précisant le rang N à partir duquel la suite est monotone.

(1,5) 2. Soit la suite (b_n) définie pour tout entier naturel n par $b_n = \dfrac{-2n+1}{n+3}$.

a) Montrer que pour tout $n \geqslant 0$: $b_{n+1} = \dfrac{-2n-1}{n+4}$.

b) $\boxed{\text{TT}}$ Justifier le sens de variation de la suite (b_n).

(1,5) 3. Soit la suite (c_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $c_n = 3 - 2 \times (1.05)^n$.

Justifier que la suite (c_n) est strictement décroissante.

(2) 4. $\boxed{\text{TT}}$ Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 14$ et pour tout $n \geqslant 0$: $u_{n+1} = u_n - 5n + 48$.

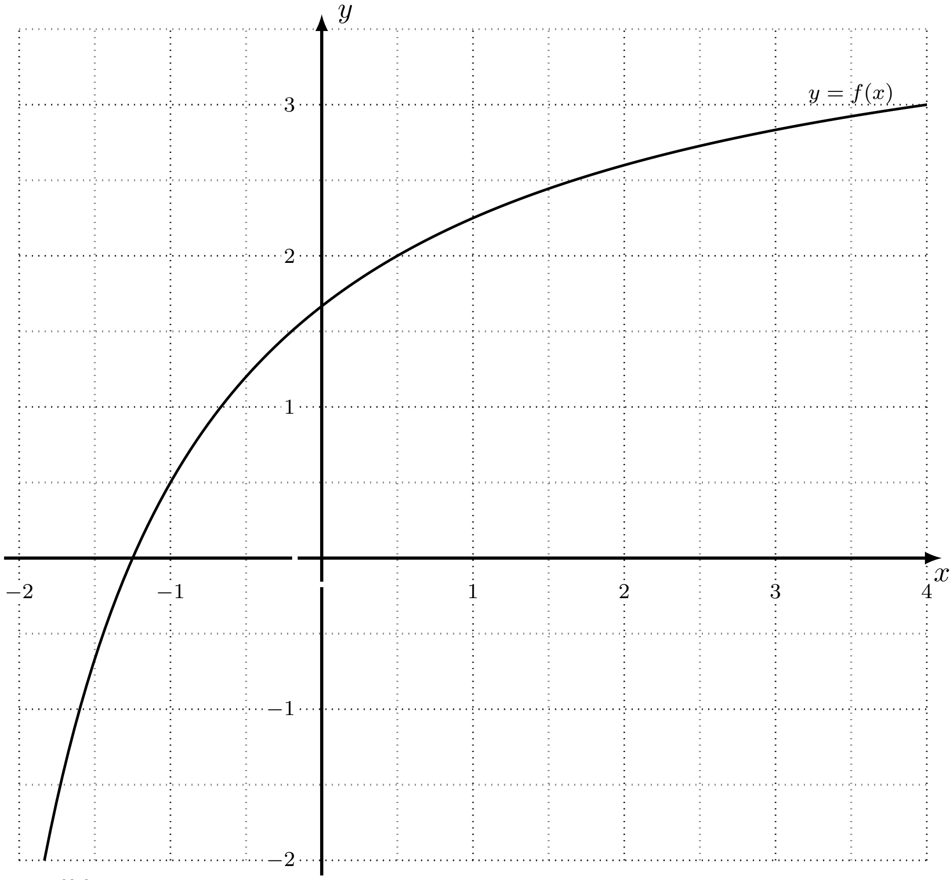
Justifier le sens de variation de (u_n) en précisant le rang N à partir duquel la suite est monotone.

Exercice 3 : Une représentation en escalier — 4 points

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = -0{,}5$ et pour tout $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \dfrac{4u_n + 5}{u_n + 3}$.

On note f la fonction définie sur $]-3\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{4x+5}{x+3}$. Ainsi pour tout $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = f(u_n)$.

La fonction f est représentée ci-dessous :



(0,25) 1. Tracer la droite d'équation $y = x$

(1,5) 2. Représenter sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes de la suite (u_n) et conjecturer son sens de variation ainsi qu'une valeur approchée de la limite.

(1) 3. $\boxed{\text{TT}}$ Nous admettons que la suite (u_n) converge vers une limite $\ell > 0$.

Sachant que ℓ est une solution de l'équation $f(x) = x$, déterminer la valeur exacte de ℓ.

(0,75) 4. Compléter le script ci-dessous afin qu'il affiche le premier rang p à partir duquel $u_n > 2.7912$:

```
u =  ...
p =  0
while  ...
    u =  ...
    p =  p + 1
print( p )
```

(0,5) 5. Déterminer par la méthode de votre choix la valeur affichée par le script.

Exercice 4 : Un exercice de probabilité très classique

5 points

La gestionnaire d'un cinéma s'intéresse à la catégorie des films vus par ses spectateurs, ainsi qu'à leur consommation au rayon « friandises ». Une étude sur plusieurs mois a montré que 40 % des spectateurs sont allés voir un film d'action, $35\,\%$ un dessin animé et les autres une comédie.

Parmi les spectateurs allant voir un film d'action, la moitié achètent des friandises, alors qu'ils sont 80 % pour ceux allant voir un dessin animé et $70\,\%$ pour ceux allant voir une comédie.

On interroge au hasard un spectateur sortant du cinéma et on note :

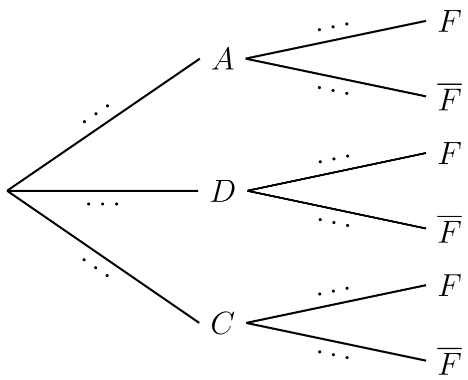
— A l'évènement : « le spectateur a vu un film d'action »,

— D l'évènement : « le spectateur a vu un dessin animé »,

— C l'évènement : « le spectateur a vu une comédie »,

— F l'évènement : « le spectateur a acheté des friandises ».

(1) 1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous représentant la situation.



(1) 2. Démontrer que $\mathrm{P}(F) = 0{,}655$.

(1) 3. On interroge au hasard un spectateur ayant acheté des friandises. Quelle est la probabilité qu'il ait vu un dessin animé ? On donnera l'arrondi à 10^{-4}.

4. Une place de cinéma coûte 10 €. On considérera que si un spectateur achète des friandises, il dépense 18 € pour sa place de cinéma et ses friandises.

   On note X la variable aléatoire donnant le coût d'une sortie au cinéma pour un spectateur.

(0,25) a) Donner l'ensemble des valeurs $X(\Omega)$.

(0,75) b) Déterminer la loi de probabilité de X. Vous resumerez les informations dans un tableau.

(1) c) Déterminer l'espérance $\mathbb{E}\,(X)$.

   Interpréter ce résultat dans le contexte de cet exercice.