BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Année 2024-2025

Mathématiques

Devoir surveillé n° 3 - Mardi 13 mai 2025

Durée de l'épreuve : **1 h 45 min**

L'usage de la calculatrice avec ou sans mode examen est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4.

Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.

Le candidat doit traiter les 4 exercices proposés.
Le candidat bénéficiant d'un tiers temps ne traitera pas les questions marquées par le repère $\boxed{\textbf{TT}}$

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses seront valorisées.

Exercice 1 : QCM

2,5 points

Les questions de cet exercice sont indépendantes. Aucune justification n'est attendue. Pour chaque question, cocher la bonne réponse. Toute réponse fausse ou réponse multiple ne rapportera de points.

1. On donne la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et on a $u_8 = 35$. La raison de cette suite est:

   ☐ $\sqrt{\dfrac{35}{3}}$ ☐ -4

   ☐ 4 ☐ $\sqrt{32}$

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est géométrique telle que $v_5 = 7$ et $v_7 = 28$. Sa raison est égale à :

   ☐ $q = 2$ ☐ $q = 2$ ou $q = -2$.

   ☐ $q = \sqrt{2}$ ☐ $q = -2$

3. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison $r = 5$ Alors pour tout entier naturel n on a :

   ☐ $u_n = -2 + 5n$ ☐ $u_n = 3 + 5n$

   ☐ $u_n = 2 + 5n$ ☐ $u_n = 3 \times 5^{n-1}$

4. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 > 0$ et de raison $q > 0$.

   Si la suite (u_n) est strictement croissante alors :

   ☐ $q > 1$ ☐ $q = 1$

   ☐ $q < 1$ ☐ On ne peut pas répondre

5. $\boxed{\text{TT}}$ Soit (u_n) la suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$ et telle que $u_2 = 1$.

   ☐ La suite (u_n) diverge vers $+\infty$ ☐ La suite (u_n) est strictement croissante.

   ☐ Pour tout entier naturel n, $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. ☐ La suite (u_n) converge.

Exercice 2 : Une première suite

2 points

Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 17$ et $u_{n+1} = u_n + 4$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4. Quelle est la nature de cette suite ?
2. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{11}.

Exercice 3 : Une seconde suite

2 points

La suite (u_n) est une suite géométrique tel que $u_2 = 10$ et $u_4 = \dfrac{18}{5}$.

On suppose que la suite (u_n) est décroissante.

1. Déterminer la raison q de cette suite.
2. En déduire u_0 et exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 4 : Étude d'une suite

4 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 18$.

(1) 1. Calculer u_1 et u_2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.

2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 90$.

(0,5) a) Déterminer la valeur de v_0.

(1,25) b) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0{,}8$.

(0,5) c) Exprimer v_n en fonction de n.

(0,25) d) En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 90 - 25 \times 0{,}8^n$.

(0,5) 3. $\boxed{\text{TT}}$ Déterminer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 5 : Étude d'une fonction

4,5 points

La fonction f est définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$.

On se place dans un repère orthonormé du plan, et on note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de f.

(0,75) 1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ on a $f'(x) = \dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$.

(1) 2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

Interpréter graphiquement de résultat.

(1,75) 3. Résoudre l'inéquation $x^2 + 2x - 1 \geqslant 0$, puis construire le tableau de variations de la fonction f.

(1) 4. $\boxed{\text{TT}}$ Déterminer l'équation réduite de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 6

5 points

Une fleuriste met en vente quatre sortes de bouquets dont les tarifs et la composition sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Bouquet de tulipes orange : 10,50 €	Bouquet de roses orange : 23,50 €
Bouquet de tulipes blanches : 11,60 €	Bouquet de roses blanches : 25,50 €

— 72 % des bouquets mis en vente ne contiennent que des roses.

— Les autres bouquets mis en vente ne contiennent que des tulipes.

— 20 % des bouquets de tulipe mis en vente ne contiennent que des tulipes orange.

— 36 % des bouquets mis en vente ne contiennent que des roses blanches.

Un client achète au hasard un bouquet parmi ceux mis en vente par la fleuriste.

On note :

— R l'évènement : « Le bouquet acheté par ce client est composé de roses. »

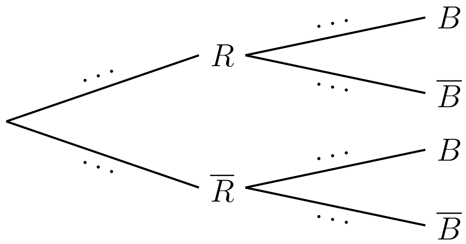
— B l'évènement : « Le bouquet acheté par ce client est composé de fleurs blanches. »

Les évènements contraires des évènements R et B sont notés respectivement $\overline{R}$ et $\overline{B}$.

(0,5) 1. a) En traduisant uniquement les données de l'énoncé, donner, sans justifier, la probabilité $\mathrm{P}(R \cap B)$.

(0,75) b) En déduire $\mathrm{P}_R(B)$.

(0,75) c) Compléter l'arbre de probabilité.



(1) d) Montrer que $\mathrm{P}(B) = 0{,}584$.

2. $\boxed{\text{TT}}$ On note X la variable aléatoire qui donne le prix d'un bouquet acheté par un client.

(1) a) Compléter le tableau ci-dessous donnant, pour chaque valeur x_i de X, la probabilité de l'évènement $\{X = x_i\}$. Justifier.

x_i				
$\mathrm{P}(X = x_i)$				

(1) b) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. *On arrondira le résultat au centième.*

Interpréter ce résultat dans le contexte de cet exercice.