Exponentielle et logarithme

Enseignement de Spécialité. 1^{re}G

Fonction exponentielle

$f(x) = \exp(x) = e^x$
définie sur $\mathbb{R}$
à valeurs dans $]\,0\,;\,+\infty\,[$

$e^0 = 1$
$e^1 = e \approx 2,718$

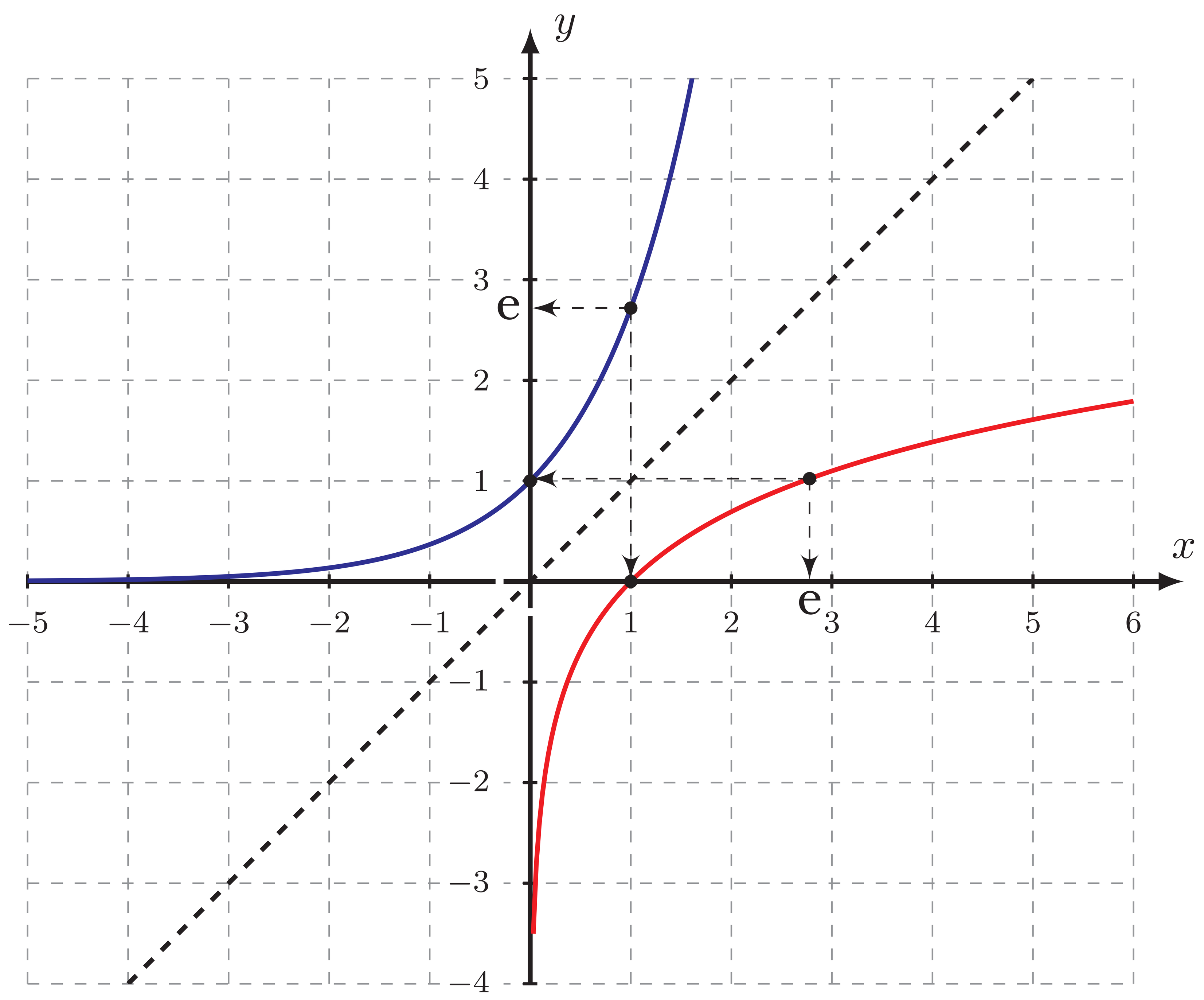
$(e^x)' = e^x$

$(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}$

$(e^u)' = u'e^u$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0^+$
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

Courbe représentative



Fonction logarithme

$f(x) = \ln(x)$
définie sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$
à valeurs dans $\mathbb{R}$

$\ln(1) = 0$
$\ln(e) = 1$

Propriétés des exponentielles

a, b sont des réels, $n \in \mathbb{Z}$:

☞ **Produit** : $e^a \times e^b = e^{a+b}$

☞ **Inverse** : $\dfrac{1}{e^a} = e^{-a}$, et $\dfrac{1}{e} = e^{-1}$

☞ Quotient : $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

☞ Puissance : $(e^a)^n = e^{an}$

☞ Racine carrée : $\sqrt{(e^a)} = e^{\frac{a}{2}}$ $\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$

Propriétés des logarithmes

en terminale.

Lien exponentielle et logarithme (pour la première)

Pour $y > 0$, l'antécédent de y par la fonction exponentielle se note $\ln(y)$ (logarithme (népérien) de y).
Les valeurs $y \leqslant 0$ n'ont pas d'antécédent par la fonction exponentielle.

☞ Pour $y > 0$ on a $\exp x = y \iff x = \ln(y)$ $e^x = y \iff x = \ln(y)$

☞ Pour $x \in \mathbb{R}$ on a $\ln(\exp x) = x$ $\ln(e^x) = x$

☞ Pour $y > 0$ on a $\exp(\ln y) = y$ $e^{\ln(y)} = y$

☞ On pose pour $a > 0$ et $x \in \mathbb{R}$: $a^x = \exp(x\ln(a))$ $a^x = e^{x\ln(a)}$

(In)équations avec des exponentielles

u, v sont des réels, λ est un réel strictement positif :

☞ $e^u = e^v \iff u = v$

☞ $\exp()$ est une fonction **croissante** : elle préserve l'ordre

$e^u > e^v \iff u > v$

$e^u \leqslant e^v \iff u \leqslant v$

☞ $e^u \leqslant 0$ impossible et $e^u > 0$ toujours vrai

(In)équations avec des logarithmes

en terminale.