Suites numériques

Enseignement de Spécialité. 1reG

Définition

Une suite (u_n) peut-être définie :

☞ de manière explicite : $u_n = f(n)$

☞ de manière récurrente : $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

Variations

☞ Si pour tout $n, u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite (u_n) est strictement croissante

☞ Si pour tout $n, u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite (u_n) est strictement décroissante

Si les suites sont positives, on peut utiliser les variantes :

☞ Si pour tout $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$, alors la suite (u_n) est strictement croissante

☞ Si pour tout $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, alors la suite (u_n) est strictement décroissante

Suites arithmétiques

Récurrence : $u_{n+1} = u_n + r$ (de raison r)

Explicite : $u_n = u_0 + nr$ ou $\boxed{u_n = u_p + (n-p)r}$

Somme : nbre termes $\times \dfrac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$

$S_n = u_0 + \cdots + u_n = (n+1) \times \dfrac{u_0 + u_n}{2}$

Suites géométriques

Récurrence : $u_{n+1} = q \times u_n$ (de raison q)

Explicite : $u_n = u_0 \times q^n$ ou $\boxed{u_n = u_p \times q^{(n-p)}}$

Somme : premier terme $\times \dfrac{1 - q^{\text{nbre termes}}}{1-q}$

$S_n = 1 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1-q}$

Limites d'une suite géométrique

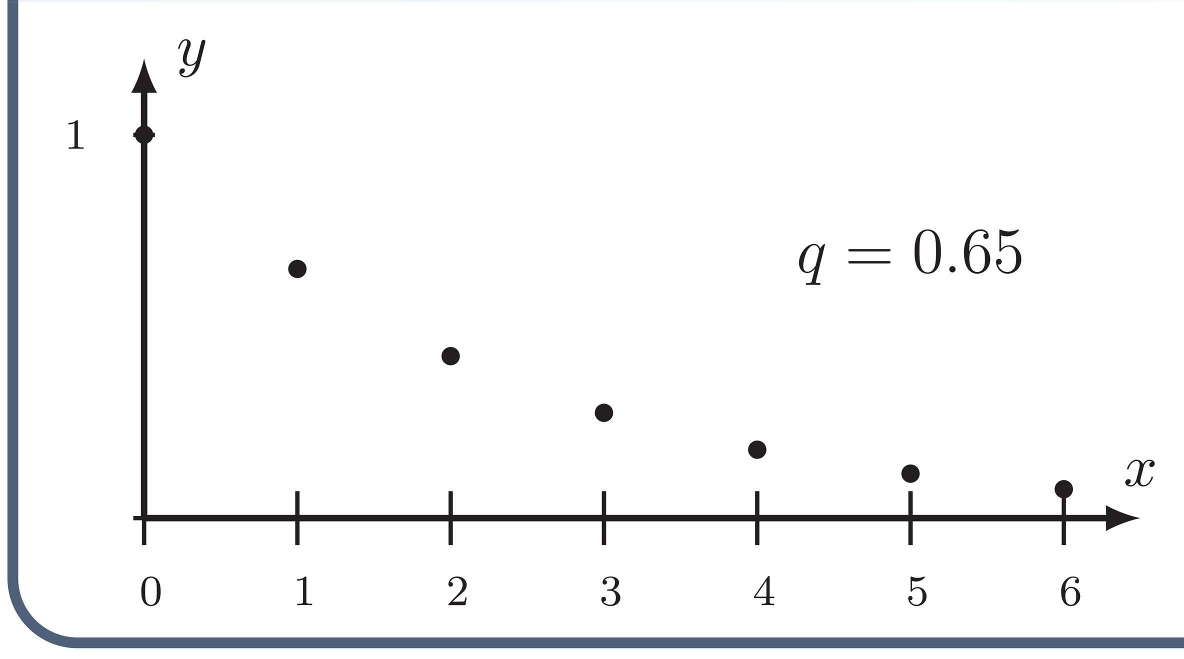
☞ Si $q > 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

☞ Si $q = 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 1$

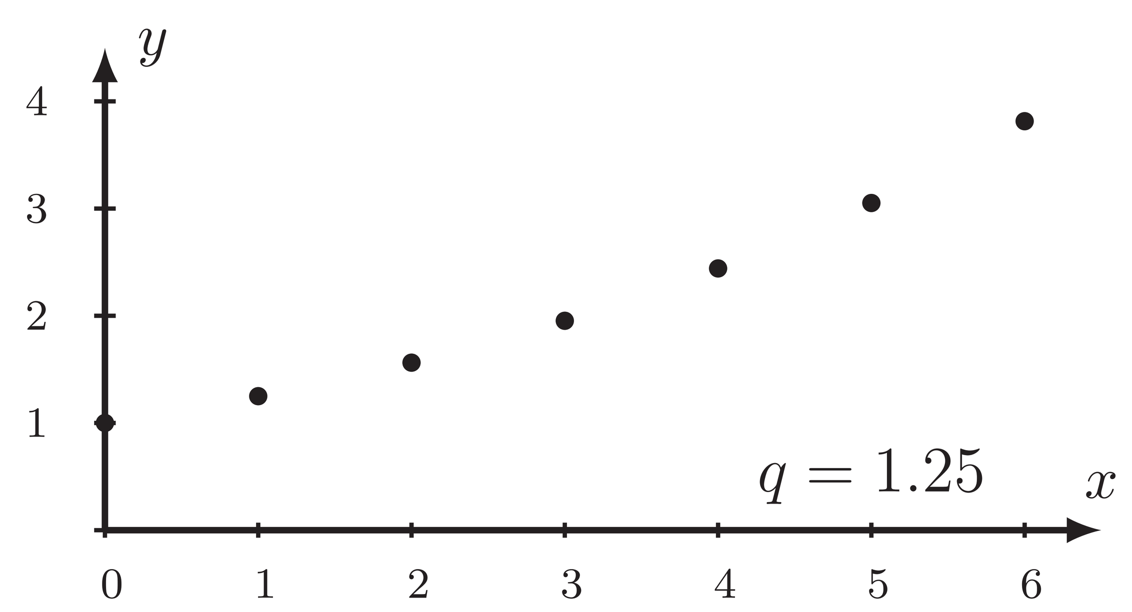
☞ Si $-1 < q < 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$

☞ Si $q \leqslant -1$, alors et q^n est divergente

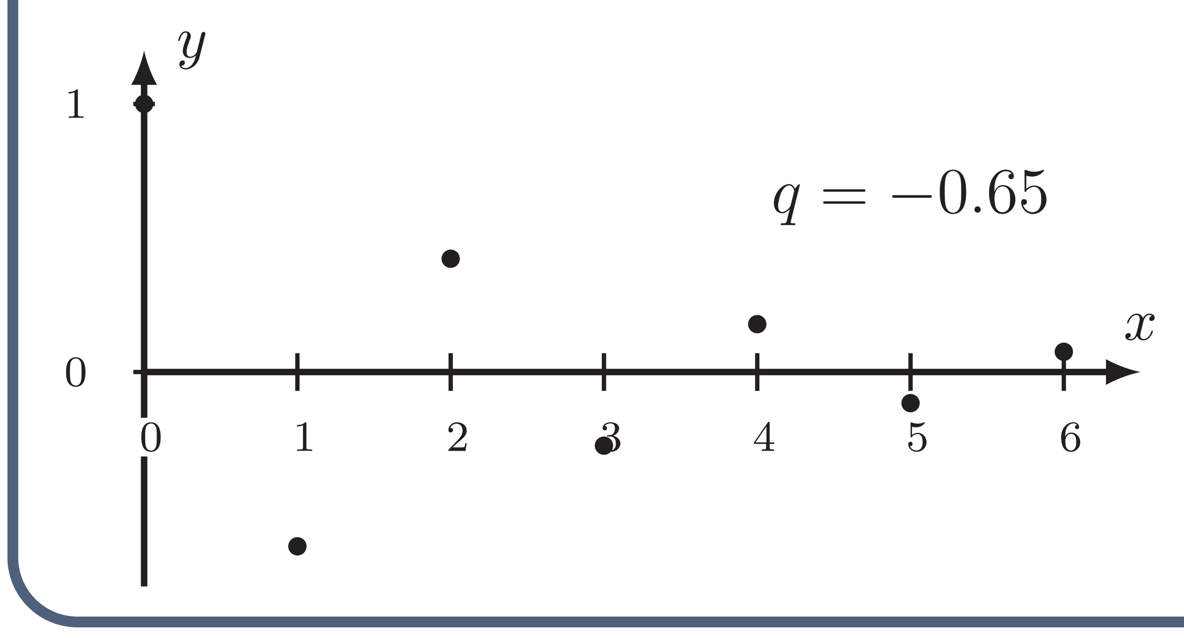
$0 < q < 1$: q^n est décroissant et $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$



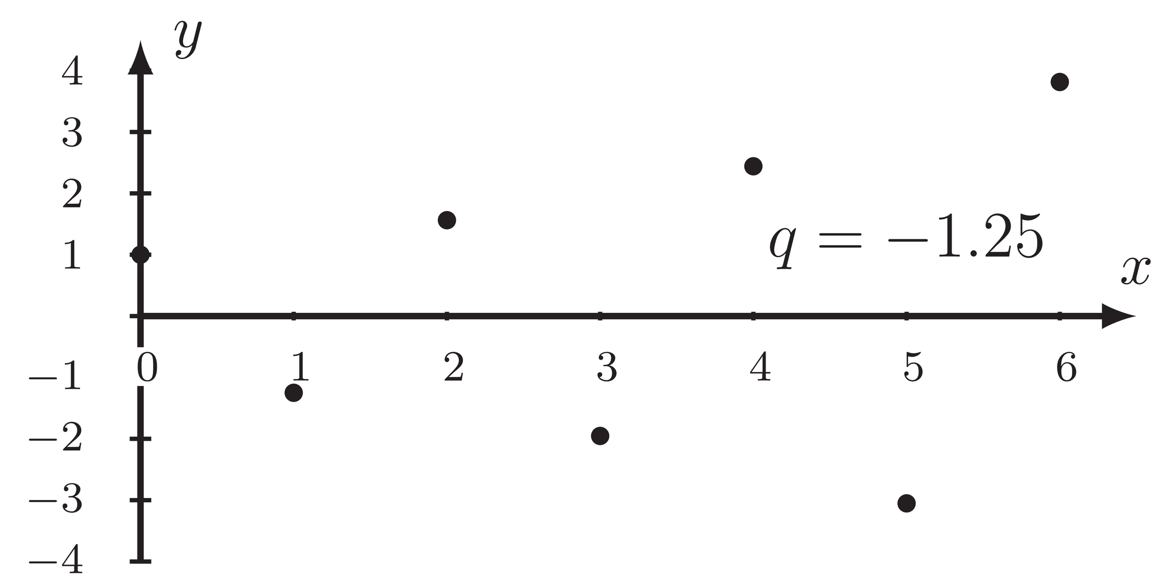
$1 < q$: q^n est croissant et $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$



$-1 < q < 0$: q^n n'est pas monotone et $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$



$q < -1$: q^n n'est pas monotone et divergente



Limite finie (convergence)

Ex : $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} (-1)^n$ n'existe pas

Limite infinie (divergence)

Ex : $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n} = \lim\limits_{n \to +\infty} n^2 = \lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$