**DS n° 01 Calculs algébriques****octobre 2023**
durée ≈ 1h 45min

Coloriez les 3 premières lettres de votre nom et prénom et complétez l'encadré. ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E ○ F
○ G ○ H ○ I ○ J ○ K ○ L ○ M ○ N ○ O ○ P ○ Q ○ R ○ S ○ T ○ U ○ V ○ W ○ X ○ Y ○ Z

NOM ET PRÉNOM :

Consignes*Aucun document n'est autorisé.**L'usage de la calculatrice est autorisé.**Le total des points est 71.*

Vous devez colorier les cases au stylo *bleu* ou *noir* pour répondre aux questions. En cas d'erreur, effacez au « blanco » *sans redessiner la case*.

Toute action volontaire rendant impossible ou difficile l'identification ou la correction de la copie engendre une dégradation de la note finale.

Les questions, sans le symbole ♣, ont une *unique* bonne réponse permettant d'attribuer le(s) point(s).

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs bonnes réponses.

Dans ces questions, tous les points seront attribués si toutes les réponses justes sont cochées ; des points seront retirés en fonction du nombre de réponses fausses cochées.

Pour les questions ouvertes, *tous les calculs seront justifiés et la clarté de la rédaction sera prise en compte dans la notation.*

Respect des consignes ○ -1 ○ -0,5 ○ 0 **Réservé****Puissances (environ 25 min)****Question 1** $4^{-2} \times 4 = \dots$

- 16^{-2} ○ Aucune des réponses proposées ○ 4^{-1} ○ 16^{-1} ○ 4^{-3}

Question 2 $\frac{3^5}{3^9} = \dots$

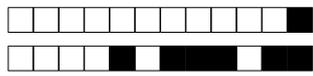
- 9^4 ○ 3^4 ○ 3^{-4} ○ Aucune des réponses proposées ○ 4^3

Question 3 $\frac{7^4}{21^4} = \dots$

- 14^{-4} ○ 3^4 ○ Aucune des réponses proposées ○ 14^4 ○ 3^{-4}

Question 4 Cochez l'égalité **correcte** parmi :

- $-3^3 = -9$ ○ $(-1)^3 = 1$ ○ $1^{-2} = -2$ ○ $-5^2 = -25$
○ $(-2)^3 = -6$



Question 5 Cochez l'inégalité **correcte** parmi :

- $(-7)^7 > 0$ $(-3)^{-2} < 0$ $2^{-3} < 0$ $(-23)^8 < 0$
 $-(-6)^{-2} < 0$

Question 6 Cochez l'égalité **correcte** parmi :

- $5^{-1} = -5$ $8^{-1} = -0,125$ $10^{-1} = \frac{1}{10}$ $1^2 = 2$ $4^{-1} = 3$

Question 7 $(-2x^4)^2 \times (-3x^3)^3 =$

- $-108x^{17}$ $108x^{17}$ $6x^{17}$ $-6x^{17}$

Question 8 $\frac{x^2}{x^8} = \dots$

- x^4 x^{-4} $\frac{1}{x^4}$ x^{-6} Aucune des réponses proposées

Question 9 $\frac{x^{-8}}{x^{-4}} = \dots$

- Aucune des réponses proposées x^2 x^{-12} x^{-4} x^{-2}

Question 10 $(-5x^3)^2 = \dots$

- $-25x^6$ Aucune des réponses proposées $-10x^6$ $10x^6$
 $25x^6$

Question 11 $(-x^2)^3 = \dots$

- $-x^5$ x^5 x^6 $-x^6$ Aucune des réponses proposées

Question 12 $\frac{x^{-7}x^3}{x^5} = \dots$

- x^{-5} Aucune des réponses proposées x^{-15} x^{-9} x^1

Question 13 $(xy)^{-3} = \dots$

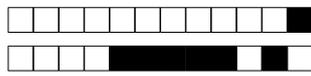
- Aucune des réponses proposées $\frac{x}{y^3}$ $\frac{1}{x^3y^3}$ xy^{-3} $\frac{1}{xy^3}$

Question 14 Une expression n'est pas équivalente aux 3 autres. Identifier l'intrus.

- -8^2x^6 $-64x^6$ $(-2x)^6$ $(-4x^2)^3$

Question 15 Cochez la simplification **correcte** parmi :

- $x^6 + x^6 = x^{12}$ $x^7 \times x^7 = 2x^7$ $x^5 \times x^5 = x^{10}$ $x^4 \times x^4 = x^{16}$



Question 16 Cochez la simplification **incorrecte** parmi :

- $(-x)^3 \times (-x)^4 = x^7$
- $(-x)^2 \times (-x)^4 = x^6$
- $(-x)^3 \times (-x)^3 = x^6$
- $(-x)^2 \times (-x)^3 = -x^5$

Question 17 $x \in \mathbb{Z}$. Alors $\frac{10^6}{10^{2x}} =$

- 10^{3x}
- 10^{6-2x}
- 1^{-3x}
- 10^{6+2x}
- 100^{6+2x}

Question 18 $x \in \mathbb{Z}$. Alors $(10^{3x})^{-2} =$

- 10^{-6x}
- 10^{3x-2}
- 100^{3x-2}
- 10^{6x}

Question 19

x et $y \in \mathbb{R}^*$. Simplifier l'expression $\left(\frac{7x^2}{y^{-4}}\right)^{-1}$ et éliminer les exposants négatifs.

- 0
- 0.25
- 0.5
- 0.75
- 1
- Réservé**

Question 20

$x \in \mathbb{R}^*$. Simplifier la fraction $\frac{2x^3 - 5x + 2}{x}$ sous forme d'une somme de multiples de puissances de x . Éliminer les exposants négatifs.

- 0
- 0.25
- 0.5
- 0.75
- 1
- Réservé**



Calcul littéral (environ 50 min)

Question 21 Cochez le développement **correct** parmi :

- $x(3x - 2) = 3x^2 - 2x$ $(-3x^3)^2 = 9x^5$ $x(x^3 - x^2 + 1) = x^4 - x^3$
 $x^2(3x^3 - 2) = 3x^6 - 2x^2$

Question 22 Cochez l'expression égale à $x^2 + 10x - 24$ parmi :

- $(x - 12)(x + 2)$ $(x + 12)(x - 2)$ $(x + 4)(x + 6)$ $(x - 4)(x - 6)$

Question 23 Cochez le développement **incorrect** parmi :

- $(x - 1)(x - 6) = x^2 - 7x + 6$ $(x + 4)(x - 5) = x^2 - x - 20$
 $(x + 1)(2x - 3) = x^2 - x - 3$ $(x + 3)(2x - 1) = 2x^2 + 5x - 3$

Question 24 Si pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $(x - 3) \times A = x^2 + 2x - 15$ alors $A = \dots$

- $x - 5$ $x + 5$ $2x + 5$ On ne peut pas savoir

Question 25 Soient a et $b \in \mathbb{R}$. Alors $(a - b)(a + b)$ est égal à ...

- $a^2 - b^2$ $a^2 + 2ab - b^2$ $a^2 + ab + b^2$
 $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 + ab - b^2$

Question 26 La forme développée réduite et ordonnée de $(3x + 4)(3x - 4)$ est :

- $9x^2 - 24x + 16$ $9x^2 - 16$ $3x^2 + 16$
 $9x^2 + 16$ $9x^2 + 24x + 16$ $6x^2 + 24x + 16$

Question 27 Cochez l'identité **correcte** parmi :

- $(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 12x + 4$ $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$
 $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 25$ $(2x - 3)^2 = 4x^2 + 6x + 9$ $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 16$

Question 28 Cochez l'identité **incorrecte** parmi :

- $(7x + 1)^2 = 49x^2 + 14x + 1$ $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = x^2 - 5$
 $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$ $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 6x + 9$

Question 29 La forme développée réduite et ordonnée de $(2x + 1)^3$ est :

- $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ $8x^3 + 3x^2 + 3x - 1$ $8x^3 - 12x^2 - 6x - 8$ $8x^3 - 1$



Exercice 30 Développer, simplifier, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A(x) = (5x + 4)^2$$

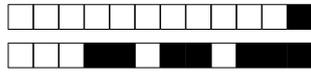
0 0.5 1 **Réservé**

$$B(x) = (3x - 7)^2$$

0 0.5 1 **Réservé**

$$C(x) = (3 - 5x)(3 + 5x)$$

0 0.5 1 **Réservé**



$$D(x) = (3x - 1)(2x + 5)$$

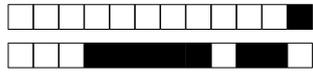
0 0.5 1 Réservé

$$E(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

0 0.5 1 1.5 2 Réservé

$$F(x) = -3(x - 1)(-2x + 3)$$

0 0.5 1 1.5 2 Réservé



$$G(x) = (2x + 7)(x - 3) + (x - 7)(3x + 2)$$

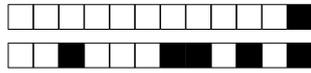
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 **Réservé**

$$H(x) = (2x + 3)(x - 3) - (2x - 1)(-3x + 5)$$

0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 **Réservé**

$$I(x) = (3x + 2)^2 - (x + 1)^2$$

0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 **Réservé**

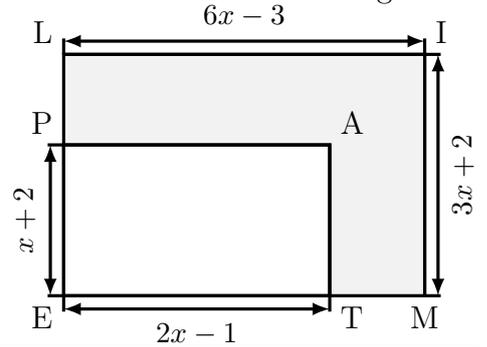


Exercice 31

Dans cet exercice, toutes les expressions littérales seront développées, réduites et ordonnées.

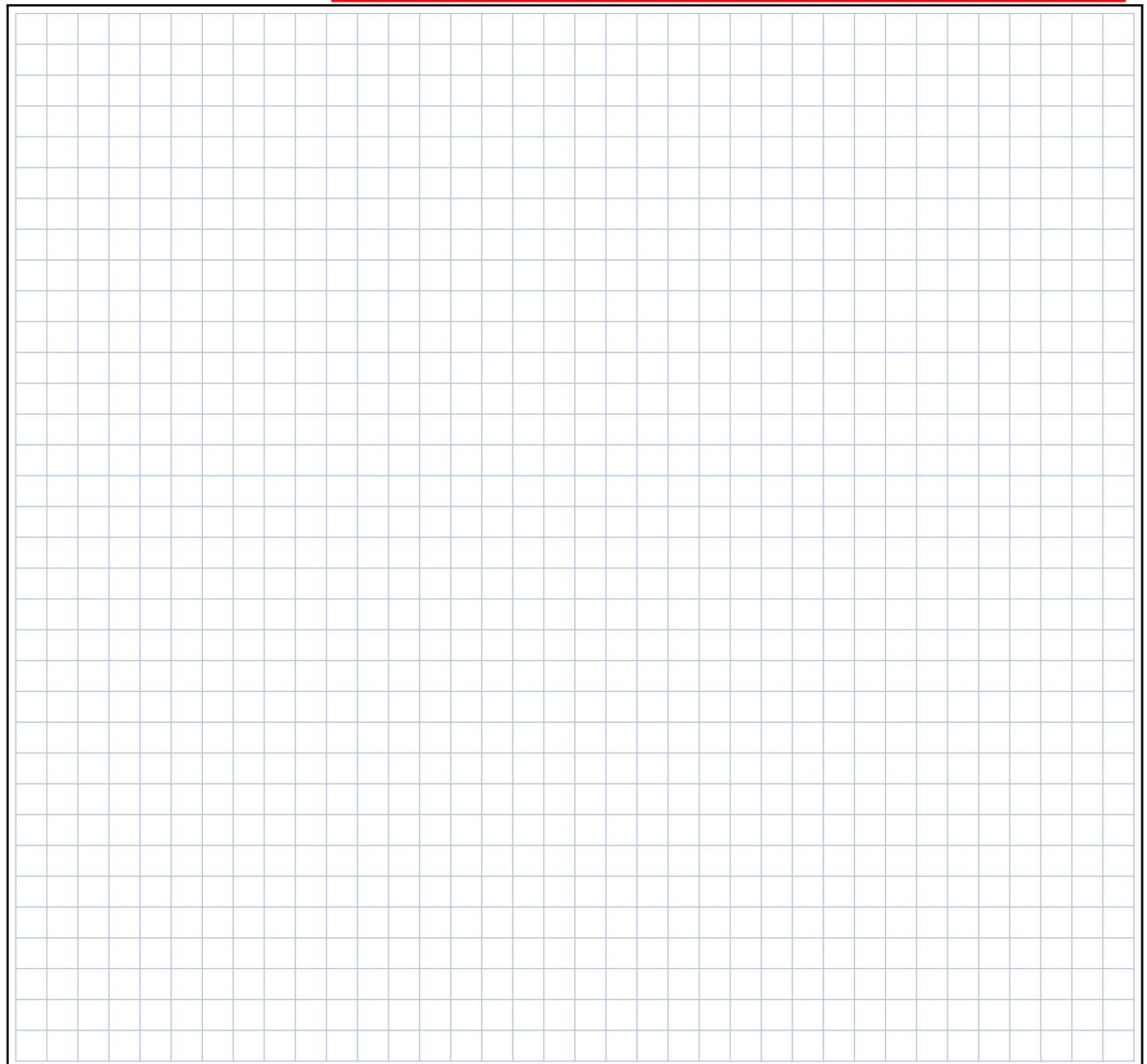
Dans la figure ci-dessous, les dimensions sont exprimées en mètres et x est un réel assez grand.

Le rectangle $LIME$ a pour dimensions $6x - 3$ et $3x + 2$. Le rectangle $PATE$ a pour dimensions $2x - 1$ et $x + 2$.



1. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle $LIME$.
2. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle $PATE$.
3. Exprimer en fonction de x l'aire de la partie grisée $LIMTAP$.

0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 **Réservé**

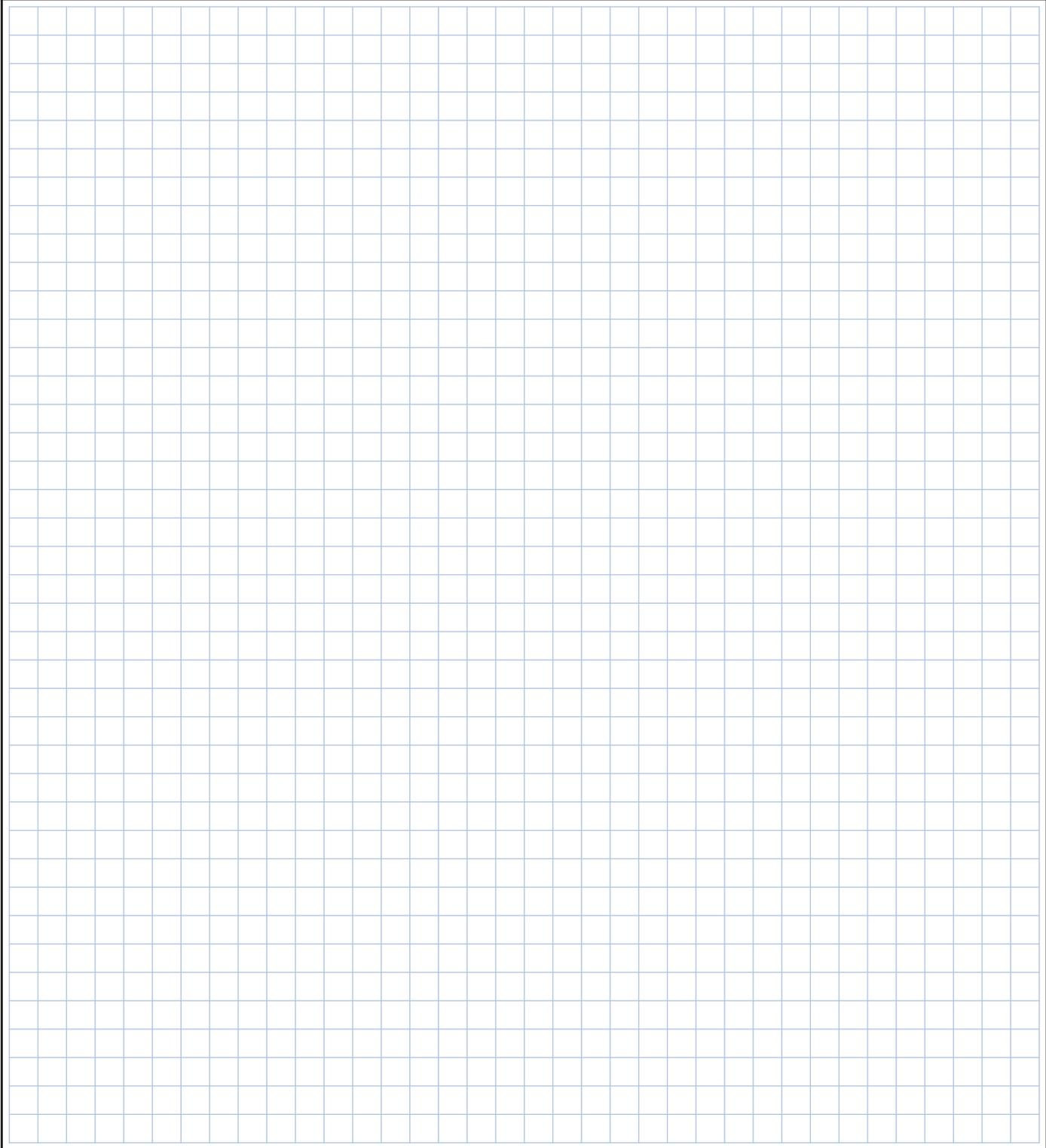




Exercice 32

1. Déterminer a, b et $c \in \mathbb{R}$ tel que : pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $3(x - 2)^2 - 27 = ax^2 + bx + c$
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $3(x - 2)^2 - 27 = 3(x - 5)(x + 1)$

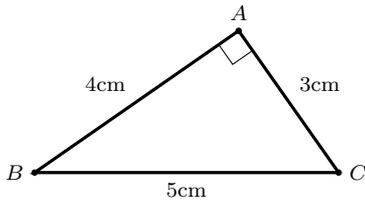
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 **Réservé**





Bases en géométrie (environ 20 min)

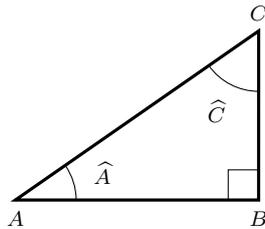
Question 33



Le cosinus de l'angle \widehat{ABC} est égal à :

- $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$

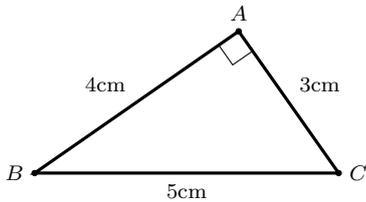
Question 34



Cochez l'affirmation juste.

- $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$ $\tan \hat{A} = \frac{AB}{BC}$ $\cos \hat{A} = \frac{BC}{AB}$

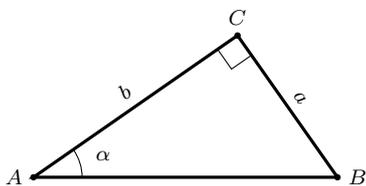
Question 35



Le sinus de l'angle \widehat{ABC} est égal à :

- $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{5}$

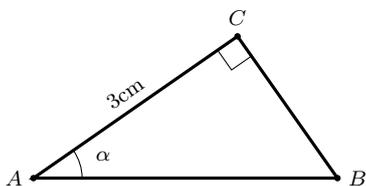
Question 36



Quelle égalité est vraie ?

- $b = a \tan \alpha$ $a = \frac{b}{\tan \alpha}$
 Aucune des réponses proposées $b = \frac{a}{\tan \alpha}$

Question 37



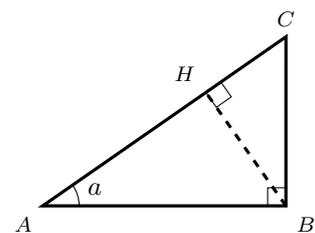
La longueur AB est égale à :

- $3 \cos \alpha$ $\frac{3}{\cos \alpha}$ $3 \sin \alpha$ $\frac{3}{\sin \alpha}$

Question 38

Le triangle ABC est rectangle en B . H est le pied de la hauteur issue de C et perpendiculaire au côté $[AB]$.

Cochez l'égalité correcte parmi :



- $\cos(a) = \frac{BC}{AB}$ $\sin(a) = \frac{HC}{HB}$ $\tan(a) = \frac{HB}{AB}$ $\sin(a) = \frac{BC}{AC}$



Exercice 39

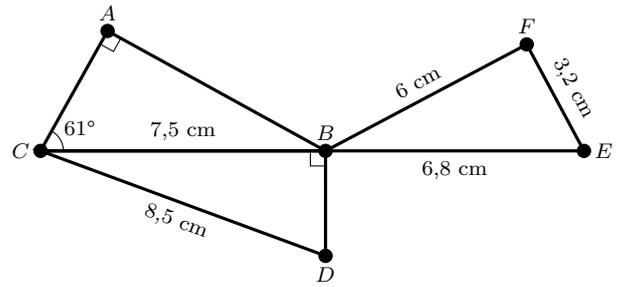
La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points B , C et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A .

Le triangle BDC est rectangle en B .

1. Démontrez à l'aide du théorème de Pythagore que le triangle BFE est rectangle en F .
2. Calculez la longueur AB en cm. Arrondir à 10^{-2} près.
3. Déterminez la valeur de l'angle \widehat{BCD} en degré. Arrondir à 10^{-1} près.



- 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 **Réservé**
 5.5 6 6.5 7 7.5 8 8.5 9

