

# Chapitre 13

## Pourcentages, proportions et taux d'évolutions

Table 13.1 – Objectifs. À fin de ce chapitre 13...

	Pour m'entraîner 🍌		
Je dois <b>connaître.../savoir faire...</b>			
pourcentages et proportions			
notions de pourcentages, de proportion (3 <sup>e</sup> )		13.1, 13.2, 13.3	
proportion de proportions (3 <sup>e</sup> )		13.4	
problèmes et mise en équation	13.5	13.6, 13.7	13.8
pourcentages et évolutions			
taux d'évolution et coefficient multiplicateur (3 <sup>e</sup> )		13.9, 13.10	
problèmes simples à une évolution (3 <sup>e</sup> )		13.11 à 13.21	13.22
évolutions successives et taux global		13.25, 13.26	
évolutions successives : problèmes et équations	13.27	13.28, 13.29, 13.30	
évolution réciproque et taux réciproque		13.31, 13.32	
Application 1 : taux d'intérêts simples et composés			
évolutions successives de même taux		13.33, 13.34	
évolutions successives : problèmes		13.35, 13.36, 13.37	
Application 2 : taux d'évolution moyen			
taux moyen pour 2 évolutions successives		13.38, 13.39, 13.40	
taux moyen pour 3 évolutions successives		13.41, 13.42, 13.43	
Application 3 : indice de base 100		13.24	

## 13.1 Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

**Définition 13.1** — Le  $P\%$ . désigne  $P$  centièmes =  $\frac{P}{100}$ .

**Définition 13.2** —  $U$  de  $V$ . désigne  $U \times V$ .

**Définition 13.3** Une évolution est un couple  $(V_I; V_F)$  d'une valeur initiale et d'une valeur finale (généralement positifs).

Si  $V_F > V_I$  c'est une appréciation, augmentation, ou inflation

Si  $V_F < V_I$  c'est une dépréciation, ou réduction.

**Définition 13.4** Une évolution de taux  $TE$  correspond à une multiplication par  $CM = 1 + TE$ .

Coefficient Multiplicateur =  $1 + \text{Taux d'Évolution}$

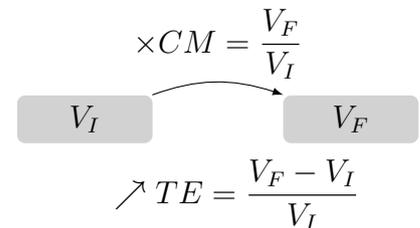
Valeur Initiale  $\times CM = \text{Valeur Finale}$

**R** Si  $TE > 0$ , taux d'évolution positif, il s'agit d'une augmentation  $CM > 1$ .

Si  $TE < 0$ , taux d'évolution négatif, il s'agit d'une diminution  $CM < 1$ .

**Proposition 13.1** Pour une évolution  $V_I \mapsto V_F$  on a :

$$CM = \frac{V_F}{V_I} \quad \text{et} \quad TE = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$



## 13.2 Evolutions successives

**Théorème 13.2** Plusieurs évolutions successives vont avoir le même effet qu'une seule dont le  $CM$  global est le produit des  $CM$  des évolutions intermédiaires qui la composent.

■ **Exemple 13.1** — Cas de 2 évolutions successives.

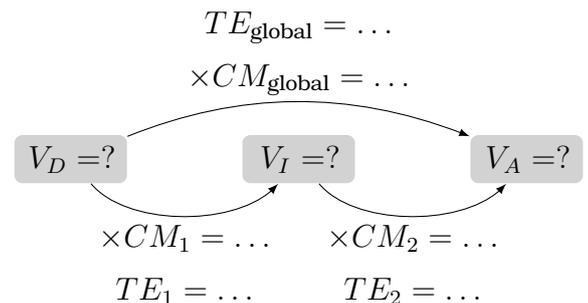
$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2)$$

■ **Exemple 13.2** — Cas de 3 évolutions successives.

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times CM_3$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2) \times (1 + TE_3)$$



■ **Exemple 13.3** — Évolutions successives de même TE.

Pour une succession de  $n$  évolutions de même TE, le taux d'évolution global est donné par :

$$CM_{\text{global}} = (CM)^n$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE)^n$$

### 13.2.1 Taux d'évolution réciproque

**Définition 13.5** — Évolution réciproque.

L'évolution réciproque de l'évolution  $V_0 \mapsto V_1$  est l'évolution  $V_1 \mapsto V_0$ .

Les CM multiplicateurs d'une évolution et sa réciproques sont inverses l'un de l'autre.

$$1 = CM \times CM_{\text{réciproque}}$$

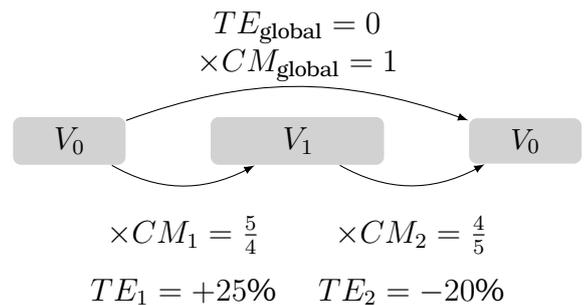
$$1 = (1 + TE) \times (1 + TE_{\text{réciproque}})$$

■ **Exemple 13.4** Une augmentation de 25% et une diminution de 20% sont des évolutions réciproques.

$$CM_1 = 1 + 25\% = 1,25$$

$$CM_2 = 1 - 20\% = 0,80$$

$$CM_1 \times CM_2 = 1$$



### 13.2.2 Taux d'évolution moyens

**Définition 13.6**

Le taux d'évolution moyen de  $n$  évolutions successives de taux  $TE_1, \dots, TE_n$  est le taux d'évolution à appliquer successivement  $n$  fois pour obtenir la même évolution globale.

Pour deux évolutions successives de taux  $TE_1$  et  $TE_2$  le  $TE_{\text{moyen}}$  vérifie :

$$(1 + TE_{\text{moyen}})^2 = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{moyen}} = \sqrt{(1 + TE_1)(1 + TE_2)}$$

Pour trois évolutions successives de taux  $TE_1, TE_2$  et  $TE_3$  le  $TE_{\text{moyen}}$  vérifie :

$$(1 + TE_{\text{moyen}})^3 = (1 + TE_1) \times (1 + TE_2) \times (1 + TE_3)$$

$$1 + TE_{\text{moyen}} = \sqrt[3]{(1 + TE_1)(1 + TE_2)(1 + TE_3)}$$

## 13.3 Exercices

### 13.3.1 Exercices : pourcentages et proportions

**Le %** désigne un centième. Ainsi  $p\% = \frac{p}{100}$ .

■ **Exemple 13.5**  $0,2 = 0,20 = 20\%$                        $0,025 = 2,5\%$                        $\frac{4}{15} \approx 0,266 = 26,6\%$

#### Exercice 13.1 — réactivation 3<sup>e</sup>.

Écrire les nombres suivants sous forme de pourcentages.

$\frac{23}{100} = \dots\dots\dots$	$0,002 = \dots\dots\dots$
$0,05 = \dots\dots\dots$	$2 = \dots\dots\dots$
$0,15 = \dots\dots\dots$	$0,5 + 2\% = \dots\dots\dots$
$0,035 = \dots\dots\dots$	$0,12 + 5\% = \dots\dots\dots$
$0,3 = \dots\dots\dots$	$1,2 + 4,8\% = \dots\dots\dots$

«  $k$  **de**  $X$  » désigne  $k \times X$ .

■ **Exemple 13.6** «  $\frac{3}{5}$  de 50 » =  $\frac{3}{5} \times 50 = 30$

#### Exercice 13.2 — réactivation 3<sup>e</sup>.

Calcule les valeurs demandées en écrivant le calcul à effectuer.

$\frac{2}{3}$ de 24 = $\frac{2}{3} \times 24 = \dots\dots\dots$	100% de 24 = $\dots\dots\dots$
12% de 150 = $0,12 \times 150 = \dots\dots\dots$	200% de 24 = $\dots\dots\dots$
15% de 90 = $\dots\dots\dots$	105% de 40 = $\dots\dots\dots$
1% de 23 = $\dots\dots\dots$	140% de 130 = $\dots\dots\dots$
72% de 110 = $\dots\dots\dots$	$\frac{1}{4}$ de 20% de 150 = $\dots\dots\dots$
23% de 110 = $\dots\dots\dots$	15% de $\frac{1}{3}$ de 96 = $\dots\dots\dots$
0,5% de 60 = $\dots\dots\dots$	40% de $\frac{2}{5}$ de 90 = $\dots\dots\dots$

La proportion de  $Y$  parmi  $X$  est la fraction  $p = \frac{Y}{X}$ .

$Y$  est alors égal à  $p$  de  $X$  (car  $pX = \frac{Y}{X}X = Y$ ).

■ **Exemple 13.7** La proportion de 12 parmi 15 =  $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

■ **Exemple 13.8**

Dans une classe de 35 élèves, 9 font du ski.

La proportion d'élèves faisant du ski est  $p = \frac{9}{35} \approx 0,257 = 25,7\%$

■ **Exemple 13.9**

Écrire 12 comme un pourcentage de 50.

**solution.** La proportion de 12 parmi 50 vaut  $\frac{12}{50} = 0,24 = 24\%$ . Donc 12 vaut 24% de 50. ■

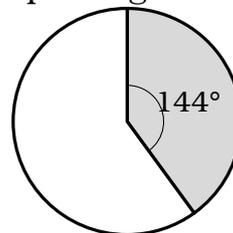
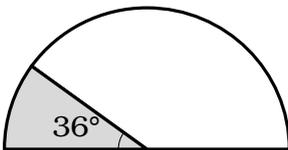
■ **Exemple 13.10** Y est 25% de 60% de X. Quelle est la proportion de Y parmi X ?

**solution.**  $p = \frac{Y}{X} = \frac{25\% \times 60\% \times X}{X} = 0,25 \times 0,60 = 0,15$  ■

**Exercice 13.3** — réactivation 3<sup>e</sup>.

Compléter et choisir la bonne réponse.

1. Une salle contient 9 000 places assises et 21 000 places debout. La proportion de places assises dans la salle est (A)  $\frac{9000}{21000} \approx 43\%$  (B)  $\frac{9000}{21000 - 9000} \approx 75\%$  (C)  $\frac{9000}{21000 + 9000} \approx 30\%$
2. La proportion de 8 parmi 50 est  $p = \dots\dots\dots$ . On peut dire que 8 vaut  $\dots\dots\%$  de 50.
3. Écrire 2 400 m comme proportion de 5 km  $\dots\dots\dots$
4. Écrire 7€ comme pourcentage de 42€  $\dots\dots\dots$
5. Écrire 16€ comme pourcentage de 12€  $\dots\dots\dots$
6. Écrire 24€ comme pourcentage de 8€  $\dots\dots\dots$
7. Pour chaque figure préciser le pourcentage de la partie grisée.



**Exercice 13.4** — proportion de proportion.

1. Dans un club, 25% des adhérents ont moins de 18 ans dont 15% ont moins de 15 ans. Déterminer la proportion des moins de 15 ans parmi les adhérents du club.
2. 67% des voitures en France sont de marque française, dont 42% sont de marque Citroën. Déterminer la proportion des voitures Citroën parmi l'ensemble des voitures en France.



■ **Exemple 13.12** — mettre en équation.

Dans une entreprise,  $\frac{5}{6}$  des 720 employés sont des commerciaux. Déterminer le nombre de commerciaux.

**solution.** Si  $Y$  = nombre de commerciaux, alors on a :  $Y = \frac{5}{6}X = \frac{5}{6}(720) = 600$ . ■

$X$  = nombre total d'employés

■ **Exemple 13.13**

Dans une administration, 23 des employés sont des administratifs, soit 15% des employés. Déterminer le nombre total d'employés.

**solution.** Si  $Y$  = nombre d'administratifs, alors on a :  $Y = 15\% \times X$  soit  $X = \frac{23}{0,15} = 160$ . ■

$X$  = nombre total d'employés

$23 = 0,15X$

**Exercice 13.6**

Déterminer la valeur demandée dans chaque cas.

1. Lors de l'achat d'un article coûtant 1625 €, il faut verser un acompte de 8%. Déterminer le montant de l'acompte.
2. Lors de l'achat d'un article, il faut verser un acompte de 15%. Sachant que l'acompte est de 300 €, déterminer le prix de l'article.
3. Lors de l'achat d'un article, il faut verser un acompte de 23%. Sachant qu'il reste à payer 3465 €, déterminer le prix de l'article.

**Exercice 13.7**

Déterminer la valeur demandée dans chaque cas.

1. Dans un village, 697 habitants vivent de l'agriculture, ce qui représente 82% de la population. Déterminer le nombre d'habitants de ce village.
2. Dans une commune, 42% des 1 742 votant ont choisi le candidat perdant. Déterminer le nombre total de voix du candidat perdant.

**Exercice 13.8** — mise en équation.

14 L d'une solution contient 25% d'antigel.

1. Écrire la proportion d'antigel parmi le mélange total si l'on ajoute  $x$  litres d'antigel.
2. Combien de litres d'antigel faut-il ajouter pour que la solution contiennent 37,5% d'antigel?

## 13.3.2 Exercices : taux d'évolution et coefficient multiplicateur

**Exercice 13.9** — réactivation de 3°. Compléter afin d'associer les TE avec les CM correspondants à l'évolution donnée.

taux d'évolution $TE$	Augmentation/diminution	coefficient multiplicateur $CM$
$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$	augmenter de $\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$	$\times(1 + \frac{1}{5}) = \frac{6}{5} = 1,2 > 1$
$0,07 = +7\%$	augmenter de 7%	$\times 1,07$
$\frac{-1}{3}$	diminuer de $\frac{1}{3}$	$\times(1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{3} < 1$
$-0,07 =$		
	augmenter de 70%	
	diminuer de 10%	
	augmenter de 10%	
	augmenter de $\frac{1}{6}$	
	augmenter de 200%	
	diminuer de 4%	
	diminuer de 12%	
	augmenter de $\frac{1}{5}$	
	diminuer de 0,25	
	diminuer de 0,25%	
		$\times 1,22$
$-0,72$		
$0,82$		
$0,92$		
	diminuer de 1%	
		$\times 0,89$
	augmenter de 0,1%	
	diminuer de 0,1%	

■ **Exemple 13.14** Une multiplication par  $CM = 1,023$  correspond à une évolution de taux  $TE = CM - 1 = 1,023 - 1 = 0,023 = 2,3\%$ . C'est une augmentation de 2,3%

■ **Exemple 13.15** Une diminution de 3,2% correspond à une évolution de taux  $TE = -3,2\% = -0,032$ . C'est une multiplication par  $CM = 1 + TE = 1 - 0,032 = 0,968$

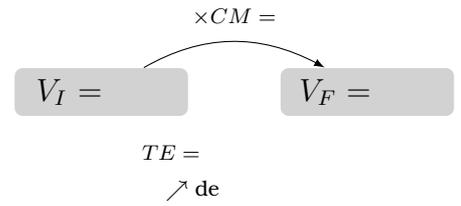
**Exercice 13.10** Complétez.

1. Une augmentation de 3% est une évolution de taux  $TE = \dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots = \dots$
2. Une diminution de 7% est une évolution de taux  $TE = -\dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots = \dots$
3. Une diminution de 10% est une évolution de taux  $TE = -\dots$   
Elle correspond à une multiplication par  $CM = \dots + \dots = \dots$
4. Multiplier par  $CM = 1.2$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\%$ .
5. Multiplier par  $CM = 1.075$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\%$ .
6. Multiplier par  $CM = 0.95$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots - \dots = \dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\%$ .
7. Multiplier par  $CM = 0.7$  correspond à une évolution de taux  $TE = \dots - \dots = \dots$   
C'est une (augmentation/diminution) de  $\dots\%$ .
8. Une évolution de 1.50€ à 1.86€ correspond à une multiplication par  $CM = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}}$   
C'est une évolution de taux  $TE = \boxed{\phantom{00}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
9. Une évolution de 40€ à 24€ correspond à une multiplication par  $CM = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = \boxed{\phantom{00}}$   
C'est une évolution de taux  $TE = \boxed{\phantom{00}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
10. Une évolution de 320€ à 288€ est de taux  $TE = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .
11. Une évolution de 90€ à 100€ est de taux  $TE = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} - 1 = \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}\%$ .

Les exercices suivants illustrent des formulations de problèmes d'évolutions.

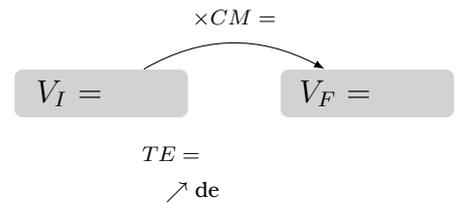
**Exercice 13.11**

Le prix initial est de 80 €.  
 Après augmentation le prix est de 125 €.  
 Quel est le taux d'augmentation ?



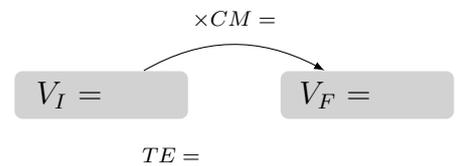
**Exercice 13.12**

Le prix initial est de 16 €.  
 Après réduction le prix est de 12.5 €.  
 Donner le taux de diminution.



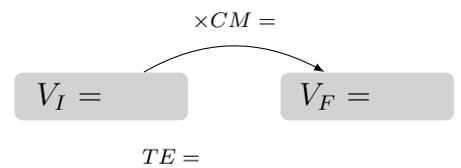
**Exercice 13.13**

Le montant de la redevance audiovisuel en France est passé de 114.49 € en 2001 à 123 € en 2011.  
 Quel est le taux d'évolution de cette taxe de 2001 à 2011 ?



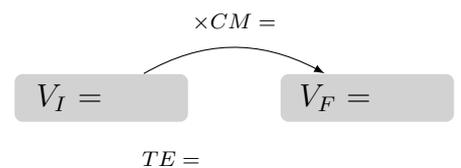
**Exercice 13.14**

Le prix initial de 60 € subit une augmentation de 35%.  
 Sans calculer le montant de l'augmentation retrouver le prix final.



**Exercice 13.15**

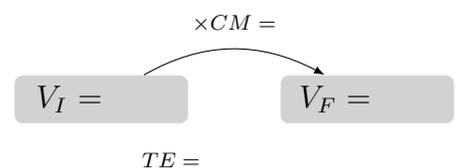
Le prix initial de 35 € subit une diminution de 60%.  
 Sans calculer le montant de l'augmentation retrouver le prix final ?



**Exercice 13.16**

En appliquant une augmentation de 12.5% du prix initial, le prix augmente de 15 €.

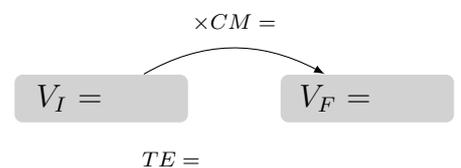
1. Donner une équation vérifiée par le prix initial.
2. Déterminer le prix initial .....



**Exercice 13.17**

Après augmentation de 12.5%, le prix final est de 45 €.

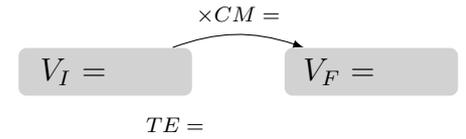
1. Donner une équation vérifiée par le prix initial.
2. Déterminer le prix initial .....



**Exercice 13.18**

Après diminution de 12.5%, le prix final est de 80.5€.

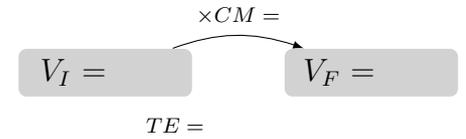
Quel était le prix initial ?



**Exercice 13.19**

En appliquant une diminution de 15%, le prix final est 100€.

Quel est le montant de la diminution ?

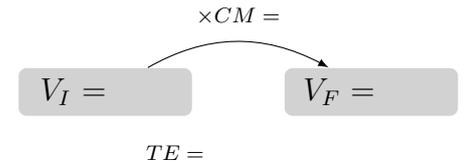


**Exercice 13.20**

Le prix d'un appareil ménager a augmenté de 15 % en 2 ans.

Il coûte maintenant 460€.

Quel est montant de l'augmentation en deux ans ?

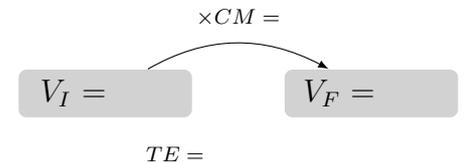


**Exercice 13.21**

Les prix des aliments ont diminué de 20%.

Un aliment coûte maintenant 240.

Quel est le montant de la diminution ?



**Exercice 13.22 — bilan.** Compléter le tableau (Variation absolue = Prix final - Prix initial).

Augmentation/diminution	taux d'évolution	Coefficient Multiplicateur	Prix initial	Prix final	Variation absolue
	+100%		98.40 €		
	+160%		196.80 €		
	+20%		60 €		
	-20%		72 €		
			72 €	54 €	
Augmentation de 50%				54 €	
Diminution de 50%				54 €	
	+20%			54 €	
	-20%			54 €	
			54 €		+54 €
		×0,7	40 €		
				108 €	-27 €
		×1,3		91 €	
			96 €	108 €	

Augmentation/diminution	taux d'évolution	Coefficient Multiplicateur	Prix initial	Prix final	Variation absolue
	+1,25%		96 €		
	+25%			98.40 €	
		×1,007	130 €		
			98.40 €		-19.68 €
	+42%		17 €		

**Exercice 13.23** — vu à la Compétition Européenne de statistiques (Epreuve 1).

Le tableau ci-dessous décrit le salaire annuel net moyen, en euros courants dans le secteur privé selon le sexe en France de 2015 à 2020

		2015	2016	2017	2018	2019	
Revenus	<b>Femmes</b>	23 666	23 888	24 511	25 114	25 827	26 944
	<b>Hommes</b>	28 893	29 015	29 460	30 055	30 587	31 617
Effectifs	<b>% Femmes</b>	41,48%	41,58%	41,48%	41,49%	41,49%	41,52%
	<b>% Hommes</b>	58,52%	58,42%	58,52%	58,51%	58,51%	58,48%

Source : Insee

L'évolution du salaire net moyen ensemble entre 2015 et 2019 est :

- (A) 11,50%      (B) 9,13%      (C) 7,06%      (D) 7,50%

**Exercice 13.24** — Indice de base 100.

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaire annuel d'une entreprise pour les années comprises entre 2015 et 2021.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>Chiffre d'affaire en milliers d'euros</b>	134	138	138.3	135.6	133.2	138.2	140.4
<b>Indice (base 100)</b>	97.1	100					

1. Complétez la ligne des indices sachant qu'elle est proportionnelle à celle du chiffre d'affaire.
2. Sans calculs supplémentaires donner le taux d'augmentation en % qui permet de passer du chiffre d'affaire de 2016 à celui de 2021.

13.3.3 Exercices : évolutions successives et réciproques

Exercice 13.25

Déterminez le taux d'évolution global associé à la succession d'évolutions :

1. augmentation de 8%, suivie d'une augmentation de 10%

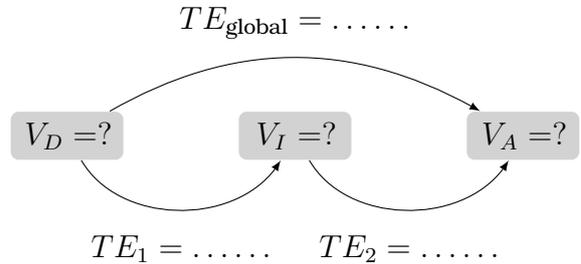
$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1)(1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%.



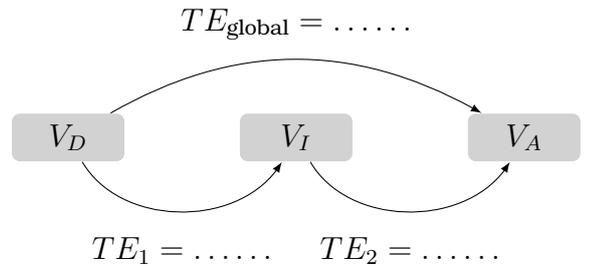
2. augmentation de 10% suivie d'une augmentation de 5%

$$1 + TE_{\text{global}} = (1 + TE_1)(1 + TE_2)$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%



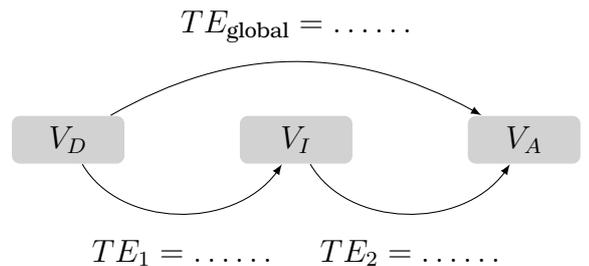
3. diminution de 30% suivie d'une diminution de 10%

$$1 + TE_{\text{global}} =$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%



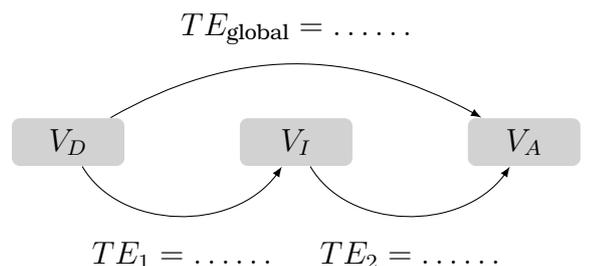
4. diminution de 40% suivie d'une diminution de 10%

$$1 + TE_{\text{global}} =$$

$$1 + TE_{\text{global}} = \dots \times \dots = \dots$$

$$TE_{\text{global}} = \dots - 1 =$$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%

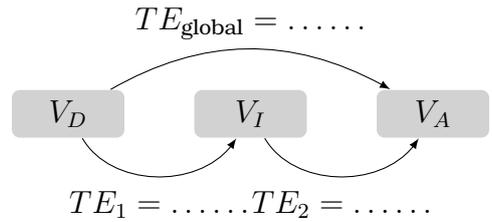


5. diminution de 25% suivie d'une diminution de 20%

=  
= ..... × ..... = .....

$TE_{global} = \dots - 1 =$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%

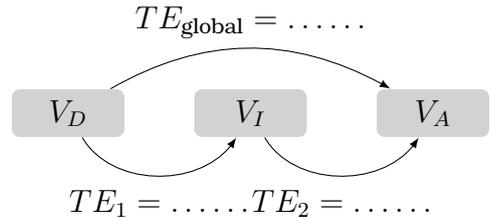


6. augmentation de 25% suivie d'une diminution de 20%

=  
=

$TE_{global} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%

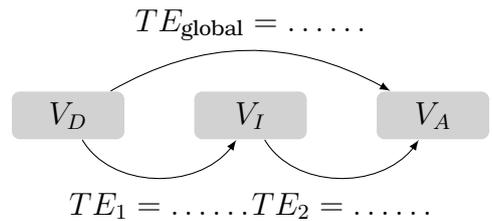


7. augmentation de 25% suivie d'une diminution de 25%

=  
=

$TE_{global} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%

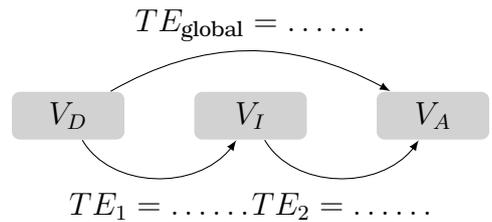


8. diminution de 20% suivie d'une augmentation de 25%

=  
=

$TE_{global} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%

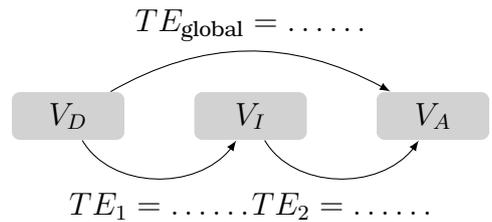


9. augmentation de 22% suivie d'une diminution de 15%

=  
=

$TE_{global} =$

L'évolution globale correspond à une ..... de .....%



**Exercice 13.26** — 3 évolutions successives.

Dans chaque cas, calculer le TE global correspondants aux évolutions successives ci-dessous :

1. une diminution de 30% suivie d'une augmentation de 20% suivie d'une diminution de 10%
2. une augmentation de 12% suivie de deux baisses successives de 5%
3. trois augmentations successives de 10%.
4. trois diminutions successives de 5%.

**Exercice 13.27**

Une augmentation de 5% suivie d'une augmentation de taux  $t$  correspond à une augmentation globale de 17,6%. Montrer que  $t$  est solution de l'équation  $1,05(1 + t) = 1,176$  et trouver  $t$ .

**Exercice 13.28**

Une diminution de 15 % suivie d'une diminution de taux  $t$  correspond à une diminution globale de 32 %. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

**Exercice 13.29**

Après deux augmentations successives de taux  $t$ , le prix d'un produit a globalement augmenté de 32,25%. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

**Exercice 13.30**

Après une augmentation de taux  $t$  suivie d'une baisse de taux  $t$ , le prix d'une chemise a diminué de 4%. Déterminer une équation vérifiée par  $t$  et la résoudre.

### 13.3.4 Problèmes

**Problème 13.1** — Vrai ou Faux ?. Justifier votre réponse.

« une augmentation de  $t\%$  suivie d'une diminution de  $t\%$  est toujours une diminution ».

**Problème 13.2**

Si un tapis roulant avançait 10% plus rapidement, alors le trajet prendrait 5 s de moins. Quelle est la durée du trajet ?

### 13.3.5 Exercices : taux d'évolution réciproque

■ Exemple 13.16 — Taux d'évolution réciproque.

Pour chacune des évolutions suivantes, donner le taux d'évolution réciproque. Arrondir à  $10^{-4}$  près si nécessaire.

1. augmentation de 25%

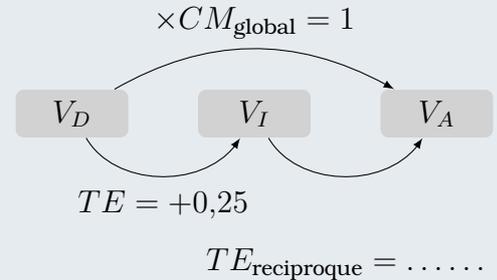
$$1 = (1 + TE)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

$$1 = (1 + 0,25)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

$$CM_{\text{réciproque}} = 1 + TE_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

$$TE_{\text{réciproque}} = 0,8 - 1 = -0,2 = -20\%$$

L'évolution réciproque d'une augmentation de 25% est une diminution de 20%.



2. diminution de 25%

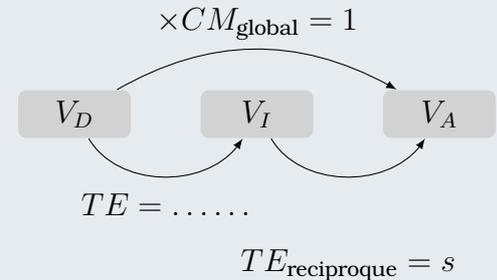
$$1 = (1 + TE)(1 + TE_{\text{réciproque}})$$

=

=

$$TE_{\text{réciproque}} =$$

L'évolution réciproque d'une diminution de 25% est une ..... de .....%.



**Exercice 13.31**

Pour chacune des évolutions suivantes, donner le taux d'évolution réciproque. Arrondir à  $10^{-4}$  près si nécessaire.

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. augmentation de 50%  | 5. augmentation de 300% |
| 2. diminution de 20%    | 6. augmentation de 10%  |
| 3. diminution de 90%    | 7. diminution de 10%    |
| 4. augmentation de 200% | 8. augmentation de 5%   |

**Exercice 13.32**

Le prix TTC (toutes taxes comprises) correspond à une augmentation de 20% du prix HT (hors taxes). Quelle évolution appliquer au prix TTC pour retrouver le prix HT ?

Dans la pratique, pour un taux d'évolution  $|TE| < 10\%$ , le taux d'évolution réciproque :

$$TE_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1 + TE} - 1 \approx -TE \pm 1\%$$

Cet écart peut être significatif si appliqué à des valeurs initiale et finale importantes.

### 13.3.6 Exercices : cas particulier d'évolutions de même taux d'évolution

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *simples* lorsqu'ils sont calculés chaque année sur la base de la *somme placée au départ*.

#### ■ Exemple 13.17

Un placement 200€ en intérêts *simples* de 3%, rapporte  $3\% \times 200$  chaque année.

Au terme de 5 ans, la somme épargnée est  $200 + 5 \times 0.03 \times 200 = 200 \times 1.15$

Le montant de départ a été multiplié par  $CM_{\text{global}} = 1.15$ .

C'est une augmentation globale de  $TE_{\text{global}} = 15\%$ .

Dans un plan d'épargne, les intérêts sont dit *composés* lorsqu'ils sont calculés chaque année sur la base de la *somme totale accumulée l'année précédente*. De même, les gains ou pertes sont généralement exprimés en pourcentage par rapport à l'année écoulée.

#### ■ Exemple 13.18

Un placement 200€ en intérêts *composés* de 3%, augmente de 3% chaque année. Le placement est multiplié par 1.03 chaque année.

Au terme de 5 ans, la somme épargnée est  $200 \times 1.03^5 \approx 200 \times 1.159$

Le montant de départ a été multiplié par  $CM_{\text{global}} \approx 1.159$ .

C'est une augmentation globale de  $TE_{\text{global}} \approx 16\%$ .

**Exercice 13.33** Complétez le tableau.

Placement initial	taux d'intérêt	nbr d'années	Calcul	Montant final
2000€	5% composés	6	$2000 \times 1.05^6$	
4000€	2% simples	5		
100€	6% simples	10		
4000€	2% composés	8		
3500€	6% composés	10		
10000€	1% composés	11		
			$5000 \times 1.07^{14}$	
			$600 \times 1.1^8$	

**Exercice 13.34**

Entourez les bonnes réponses.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
<b>1/</b> Un placement de 1000 € se déprécie de 7% par an. Le montant après 5 ans est ...	$1000 \times 0.07 \times 5$	$1000 \times 0.07^5$	$1000 \times 0.93^5$
<b>2/</b> Un placement de 2000 € rapporte 4% d'intérêts composés par an. Le montant après 5 ans est ...	$2000 \times 1.04 \times 5$	$2000 \times 1.04^5$	$2000 \times 4^5$
<b>3/</b> Un placement de 100 € rapporte 8% d'intérêts composés par an. Le montant après 10 ans est ...	$100 \times 1.8 \times 10$	$100 \times 1.08^{10}$	$100 \times 0.8^{10}$
<b>4/</b> Un placement de 100 € rapporte 3.5% d'intérêts composés par an. Le montant après 2 ans est ...	$100 \times 0.07$	$100 \times 1.07^2$	107.1225
<b>5/</b> Un placement de 1000 € se déprécie de 9% par an. Le montant après 10 ans est ...	$1000 \times 0.91^{10}$	$1000 \times 0.9^{10}$	$1000 \times 1.09^{10}$
<b>6/</b> Un placement de 5000 € se déprécie de 12% par an. Le montant après 6 ans est ...	$5000 \times 0.12^6$	$1000 \times 0.88^6$	$1000(1 - 6 \times 0.12)$
<b>7/</b> Un placement de 11000 € rapporte 4% d'intérêts composés par an. Le total des intérêts après 4 ans est ...	$\approx 12700 \text{ €}$	$\approx 1700 \text{ €}$	$\approx 1868 \text{ €}$

**Exercice 13.35**

Quark souhaite investir 10000 € sur 10 ans. Le placement A rapporte 4% taux d'intérêts simples. Le placement B rapporte 3.5% d'intérêts composés.

Quel placement est le plus avantageux? Montrer les calculs.

**Exercice 13.36**

Une banque propose un placement à intérêts composés. La première année est à 7%, et les suivantes sont à 5%. Quelle est le *taux d'augmentation globale* d'un placement après 3 années?

**Exercice 13.37**

Un placement de 1000 € sur 10 ans se déprécie de 4% par an. Calculer le *taux de diminution globale* sur 10 ans.



**Exercice 13.38**

Le nombre de nouvelles inscriptions Netflix a augmenté de 21% durant le mois d'octobre, puis de 36% durant le mois de novembre. Calculer le taux d'évolution mensuel moyen.

**Exercice 13.39**

Le prix d'un article augmente de 20% la première année, et diminue de 4% l'année suivante. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

**Exercice 13.40**

Le montant d'un placement passe de 2000 € en 2020 à 2142.45 € en 2022. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

**Exercice 13.41**

La taxe d'importations de patates-douces égyptiennes a augmenté de 9,75% entre 2020 et 2022. Calculer le taux d'évolution annuel moyen de cette taxe.

**Exercice 13.42**

En Juin 2017, Farid achète une voiture pour 12000 €. En Juin 2020, sa voiture est évaluée à 8600 €.

1. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.
2. Si la voiture se déprécie à ce même taux. Quel est la valeur de la voiture en Juin 2022 ?

**Exercice 13.43**

Une moto achetée 2300 € est revendue 3 ans plus tard à 1300 €. Calculer le taux de dépréciation annuel moyen.